

**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI
“FEDERICO II”**



**Scuola Politecnica e delle Scienze di Base
Area Didattica di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali**

Dipartimento di Fisica “Ettore Pancini”

Laurea Magistrale in Fisica

**Caratterizzazione dell’elettronica di front-end del
calorimetro HEPD-02 della missione
CSES-Limadou.**

*Characterization of the front-end electronics of the
HEPD-02 calorimeter of CSES-Limadou mission.*

Relatori:

Prof. Alberto Aloisio
Dr. Giuseppe Osteria
Dr.ssa Valentina Scotti

Candidato:

Marco Mese
Matr. N94000397

Anno Accademico 2018/2019

Sommario

Il presente lavoro di tesi si inserisce nell'ambito del progetto di ricerca del gruppo CSES-Limadou dell'Università "Federico II" e dell'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare (INFN) di Napoli.

Il progetto CSES-Limadou nasce dalla collaborazione fra l'agenzia spaziale Italiana (ASI) e quella cinese (CNSA) e si occupa dello studio e del monitoraggio delle perturbazioni di alcuni parametri ionosferici che si suppone siano correlati al manifestarsi di eventi sismici sul suolo terrestre.

La missione prevede la realizzazione di una costellazione di satelliti che, tramite una serie di rivelatori, consentirà lo studio delle proprietà del plasma ionosferico, delle componenti del campo elettromagnetico e del flusso di particelle che precipitano dalle fasce di van Allen e della loro correlazione con i fenomeni sismici.

Al progetto Limadou collaborano le sezioni di Napoli, Perugia, Bologna e Roma dell'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, nonché l'Istituto Nazionale di Astrofisica (INAF) e l'Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia (INGV).

Il primo satellite, chiamato CSES-01 (China Seismo-Electromagnetic Satellite), è stato lanciato il 2 Febbraio del 2018 ed è attualmente operativo. Il contributo italiano per il primo satellite è consistito nella realizzazione di uno degli strumenti a bordo: il calorimetro HEPD-01 (High Energy Particle Detector). In particolare la sezione di Napoli si è occupata dello sviluppo dell'elettronica di trigger e di acquisizione dei segnali prodotti dal calorimetro.

È attualmente in fase di sviluppo il secondo satellite, chiamato CSES-02, che alla luce delle informazioni ottenute dal satellite in volo, prevede alcune modifiche e migliorie. Per questo secondo satellite l'Italia fornirà un contributo maggiore, in quanto sarà realizzato anche il rivelatore per la misura del campo elettrico terrestre EFD (Electric Field Detector).

Fra le modifiche previste per CSES-02 vi è l'utilizzo di nuovi circuiti integrati per la realizzazione della scheda di front-end del calorimetro HEPD-02.

Il lavoro svolto per la stesura di questa tesi fa parte del processo di caratterizzazione dei nuovi integrati, che consentirà di valutare i vantaggi che si otterrebbero da questa modifica.

La tesi è articolata in cinque capitoli, presentati brevemente di seguito.

Nel primo capitolo verrà descritta la struttura dell'atmosfera e della ionosfera terrestre e verrà esposta la teoria che sta alla base dei fenomeni dell'interazione lito-ionosferica. L'ultima parte di questo capitolo approfondirà le tematiche legate alla missione CSES-Limadou.

Il secondo capitolo si occuperà di descrivere la struttura del calorimetro HEPD montato sul satellite in volo e le modifiche che verranno apportate per la realizzazione del secondo.

La scheda di front-end, sulla quale sono state effettuate tutte le misure, verrà descritta nel terzo capitolo.

Nel quarto capitolo verranno mostrate le procedure di misura adottate ed i risultati ottenuti.

Infine l'ultimo capitolo è dedicato all'applicazione di questi risultati per l'acquisizione dei segnali provenienti dai tubi fotomoltiplicatori montati sul modello di calorimetro presente in laboratorio.

Una serie di appendici consente di approfondire alcune tematiche, affrontate nei capitoli precedenti, che avrebbero appesantito la lettura distogliendo l'attenzione dal tema principale della tesi.

Indice

1	La missione CSES-Limadou e i precursori sismici ionosferici	1
1.1	Suddivisione dell'atmosfera e composizione chimica	2
1.1.1	Troposfera	3
1.1.2	Stratosfera	4
1.1.3	Mesosfera	6
1.1.4	Termosfera	7
1.1.5	Composizione chimica dell'atmosfera	7
1.1.6	Ionosfera	8
1.2	Magnetosfera e fasce di van Allen	12
1.2.1	Campo magnetico terrestre	12
1.2.2	Magnetosfera	13
1.2.3	Fasce di van Allen	18
1.3	Precursori sismici ionosferici	20
1.3.1	Near Ground Processes	21
1.3.2	Effetti del campo elettrico anomalo nella ionosfera	22
1.3.3	Effetti nella magnetosfera	22
1.3.4	Abbassamento della regione D	22
1.4	La missione CSES-Limadou	23
2	High Energy Particle Detector (HEPD)	26
2.1	HEPD-01	26
2.1.1	Sistema di tracking	27
2.1.2	Discriminazione delle particelle	29
2.1.3	Sistema di trigger	29
2.1.4	Calorimetro	30
2.1.5	Sistema di veto	32
2.1.6	Elettronica del HEPD	33
2.1.7	Dati di volo	34
2.2	HEPD-02	37

3	Descrizione della scheda di front-end del rivelatore HEPD-02	39
3.1	Descrizione generale	39
3.2	Stadio di ingresso	42
3.3	CITIROC-1A	43
3.3.1	Generazione dei segnali di trigger	47
3.3.2	Misura di carica	47
3.4	ADC	51
3.5	FPGA	51
3.5.1	Lettura dei conteggi ADC	54
3.5.2	Generazione del segnale di trigger esterno	54
3.5.3	Generazione del segnale di Hold	57
3.5.4	SpaceWire e UART	57
4	Caratterizzazione dell'elettronica della Trigger Board	60
4.1	Misure di assorbimento	61
4.2	Misure di linearità dei DAC di trigger	63
4.3	Confronto fra Peak Detector e Track & Hold	69
4.4	Misure di linearità dei preamplificatori	71
4.4.1	Conteggi ADC al variare del guadagno	71
4.4.2	Curve di calibrazione	73
4.5	Misure di crosstalk	77
5	Misure sul modello di calorimetro	79
5.1	Scelta delle condizioni ottimali di lavoro	80
5.2	Acquisizione nelle condizioni scelte	84
	Conclusioni e sviluppi futuri	87
A	Calcolo del gradiente adiabatico	89
A.1	Variazione della pressione atmosferica con l'altitudine	89
A.2	Gradiente adiabatico secco	91
A.3	Gradiente adiabatico umido	92
B	Dinamica del plasma ionosferico	94
B.1	Equazioni della fluidodinamica della ionosfera	94
B.1.1	Equazione di continuità per la densità di massa	94
B.1.2	Equazione di stato dei gas perfetti	96
B.1.3	Equazione di conservazione della quantità di moto	96
B.1.4	Sistema di equazioni	98
B.2	Campo elettrico e conducibilità del plasma nella ionosfera	99
B.3	Frequenza di plasma	105

<i>INDICE</i>	v
B.4 Riflessione di onde elettromagnetiche sul plasma ionosferico . . .	108
C Il teorema di Alfvén	113
D Moto delle particelle nelle fasce di van Allen	116
Bibliografia	121

Capitolo 1

La missione CSES-Limadou e i precursori sismici ionosferici

In questo capitolo verrà descritta la missione CSES-Limadou, il cui scopo è la realizzazione di una costellazione di satelliti, in orbita intorno alla Terra, per l'acquisizione dei dati necessari allo studio dei fenomeni di accoppiamento fra eventi sismici e variazioni di alcuni parametri fisici della ionosfera (*accoppiamento sismo-ionosferico*).

I parametri che subiscono variazioni sensibili ore o giorni prima di un terremoto prendono il nome di *precursori sismici ionosferici*. Grazie a questi, sarà possibile lo sviluppo di modelli che consentiranno di approfondire gli studi sulla previsione, a breve termine, di terremoti di magnitudo particolarmente alte ($M \geq 6$ entro il territorio cinese e $M \geq 7$ su scala globale).

Per poter descrivere i modelli finora sviluppati che cercano di spiegare il fenomeno di accoppiamento sismo-ionosferico è però necessario conoscere alcuni dettagli della struttura dell'atmosfera e della ionosfera terrestre.

Nei primi paragrafi di questo capitolo verrà perciò fornita una descrizione dettagliata della composizione chimica e delle proprietà fisiche dell'atmosfera [1][2][3].

Nei paragrafi successivi si descriveranno le regioni in cui convenzionalmente viene suddivisa la ionosfera, che è la parte di atmosfera caratterizzata da un elevato grado di ionizzazione dei gas che la compongono [4][5].

È proprio in queste regioni, infatti, che hanno luogo i precursori sismici ionosferici.

Infine verrà descritta la missione, il satellite CSES e la strumentazione di cui è provvisto.

1.1 Suddivisione dell'atmosfera e composizione chimica

L'atmosfera terrestre può essere suddivisa in diverse regioni, identificate in base alla curva di temperatura.

Nella regione in cui è definita la ionosfera però, risulta più opportuno considerare, in luogo della temperatura, la densità di plasma n_p , cioè il numero di elettroni per unità di volume¹.

In figura 1.1 sono mostrati i profili di temperatura e densità di plasma dell'atmosfera.

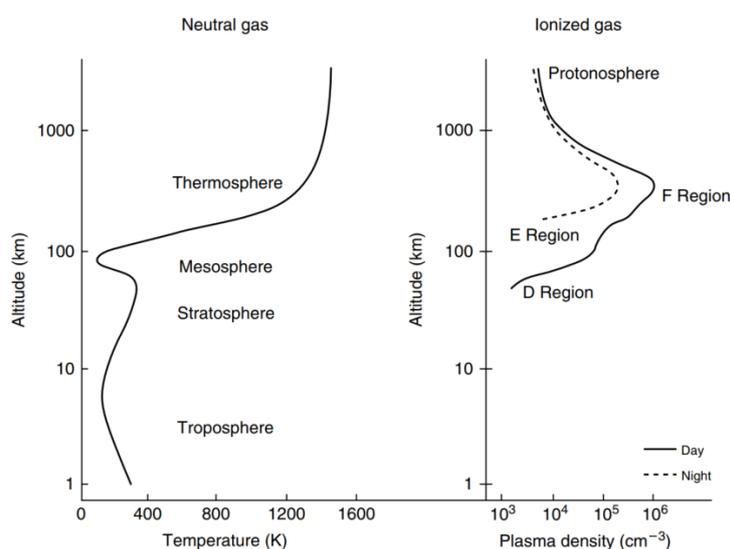


Figura 1.1: Profili di temperatura e densità di plasma dell'atmosfera.

Come si può osservare dal grafico relativo alla temperatura, è possibile suddividere l'atmosfera nelle seguenti regioni:

- Troposfera, che si estende dalla superficie terrestre fino ad un'altitudine di 10 km circa;
- Stratosfera, fra 10 km e 50 km;
- Mesosfera, che si estende fra 50 km e 90 km;
- Termosfera, che va dai 90 km in poi.

¹Un plasma è caratterizzato da una uguale concentrazione di elettroni e ioni (affinchè sia rispettato il vincolo di neutralità), perciò è possibile definire equivalentemente la densità di plasma come la densità numerica di elettroni o di ioni.

Ognuna di queste regioni è caratterizzata da una differente pendenza della curva di temperatura.

Le zone in cui si ha una inversione di tale pendenza prendono rispettivamente i nomi di:

- Tropopausa, situata ad un'altitudine di 10 km circa dalla superficie terrestre;
- Stratopausa, a circa 50 km di altitudine;
- Mesopausa, che si trova a 90 km.

Prima di descrivere nel dettaglio la ionosfera è utile approfondire le caratteristiche delle altre regioni.

1.1.1 Troposfera

La troposfera è la regione più bassa dell'atmosfera ed è quella a diretto contatto con la superficie terrestre.

In questa zona la temperatura è mediamente di 15 °C (288.15 K) e decresce all'aumentare dell'altitudine. Dividendo la troposfera in due metà si osserva che nella metà più bassa la temperatura diminuisce in media di $6 \div 7$ K/km, mentre nella metà più alta di $7 \div 8$ K/km .

Si può studiare analiticamente questa diminuzione di temperatura nel modo che segue².

Si consideri una massa d'aria in prossimità del suolo: dal momento che la superficie terrestre assorbe la radiazione solare e la riemette sotto forma di calore, la massa d'aria si riscalda. Si realizza quindi una condizione di non equilibrio fra la massa d'aria presa in considerazione e quelle sovrastanti, che essendo più fredde hanno una densità maggiore e quindi un peso maggiore.

Questo fa sì che la massa d'aria riscaldata dal suolo venga spinta verso l'alto da quelle sovrastanti che invece scendono (generando i moti convettivi).

Dato che la pressione si riduce all'aumentare dell'altezza, il volume di questa massa d'aria aumenterà.

Supponendo che l'intero processo avvenga senza scambio di calore con l'aria circostante (approssimazione adiabatica), tale aumento può essere fatto solo a scapito della energia interna e quindi si ottiene una riduzione della temperatura.

In questo semplice modello la diminuzione di temperatura - che in meteorologia prende il nome di *gradiente adiabatico secco* (*dry adiabatic lapse rate*) - assume il valore di 9.75 K/km.

Aggiungendo al modello anche la presenza di vapore acqueo, tale valore può ridursi a 9.45 K/km, ancora lontani dai $6 \div 8$ K/km accennati in precedenza. Per

²I dettagli dei conti vengono riportati nell'appendice A

ricavare i valori corretti si deve aggiungere anche l'effetto che ha la formazione delle nuvole.

Infatti la diminuzione di temperatura a cui è soggetta la massa d'aria comporta un aumento della umidità relativa³. Non appena l'umidità relativa supera il 100%, l'acqua si condensa (formando le nuvole) e provoca la liberazione del calore latente, che va a rallentare la diminuzione di temperatura fino ad un valore che viene definito *gradiente adiabatico umido* (*moist adiabatic lapse rate*), corrispondente a 5.8 K/km. In tal modo si giustifica il range di valori riportati all'inizio.

Ad un'altitudine di circa 10 km, come già accennato in precedenza, si ha una inversione di tendenza per la curva di temperatura.

Tale inversione indica l'inizio della tropopausa e inibisce il moto verticale delle masse d'aria. Perciò i moti convettivi sono confinati nella troposfera.

I moti convettivi sono responsabili anche del mescolamento dei vari gas che compongono la troposfera (si veda la tabella 1.1). Perciò il passaggio da troposfera a stratosfera è caratterizzato da un gradiente di concentrazione di questi gas. In particolare il vapore acqueo, prodotto dall'evaporazione dell'acqua sulla superficie terrestre, non verrà trasportato oltre la tropopausa.

1.1.2 Stratosfera

La stratosfera inizia al di sopra della tropopausa (intorno ai 10 km) ed è caratterizzata da un aumento di temperatura all'aumentare dell'altitudine.

Come accennato nella sezione precedente, tale l'aumento di temperatura comporta l'assenza di moti convettivi. In queste condizioni infatti l'aria calda, più leggera, si trova ad altitudini maggiori rispetto a quella fredda.

In questa regione la concentrazione di vapore acqueo è trascurabile mentre è molto alta quella di ozono. Il grafico in figura 1.2 mostra l'andamento della concentrazione di ozono al variare dell'altitudine.

Le reazioni chimiche responsabili della presenza di ozono, secondo le concentrazioni riportate nel grafico 1.2, sono riassunte in quello che in meteorologia prende il nome di *ciclo di Chapman*.

La prima fase del ciclo di Chapman è la produzione di ossigeno atomico O a partire da ossigeno molecolare O₂.

Le molecole di O₂ contenute in questa regione dell'atmosfera, infatti, sono investite da raggi ultravioletti ad alta energia provenienti dal sole.

³L'umidità relativa è definita come il rapporto, espresso in percentuale, della pressione del vapore acqueo nella massa d'aria presa in considerazione e la pressione di vapore saturo. In formula: $RH = \frac{p_{H_2O}}{p_{H_2O}^{sat}} \cdot 100$

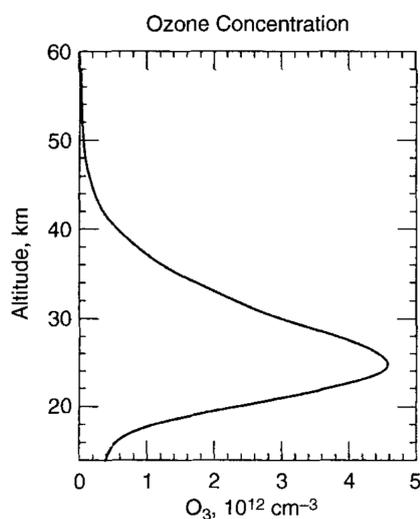


Figura 1.2: Concentrazione dell'ozono al variare dell'altitudine.

Questa radiazione provoca la dissociazione dell'ossigeno molecolare in ossigeno atomico secondo la seguente reazione:



Successivamente gli atomi di ossigeno, altamente reattivi, reagiscono con le molecole di O₂, producendo O₃, tramite la reazione:



Dove M rappresenta una qualsiasi altra molecola. La presenza di questa terza molecola è necessaria per il bilancio energetico della reazione.

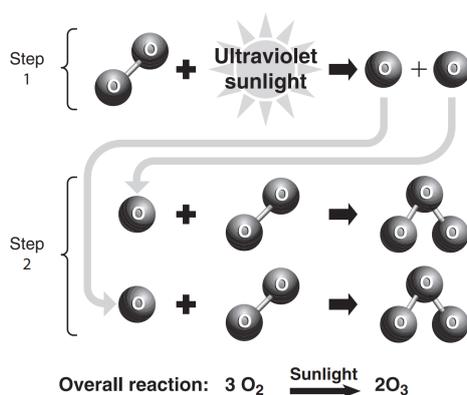
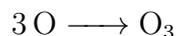


Figura 1.3: Schema della produzione di ozono a partire da ossigeno molecolare.

Un'altra possibile reazione per la produzione di ozono è la seguente:



Ma dato che, alle altitudini considerate, l'ossigeno atomico è meno abbondante rispetto a quello molecolare, è la (1.2) ad essere predominante.

Al di sotto della tropopausa, la concentrazione di ozono è decisamente inferiore perchè la maggior parte dei fotoni che hanno energia sufficiente per innescare questo meccanismo di produzione di O_3 viene assorbita nella stratosfera⁴.

La concentrazione di ozono non aumenta indefinitamente ma viene bilanciata dalla produzione di ossigeno molecolare secondo la seguente reazione:



Il modello di Chapman comunque non tiene conto di alcuni elementi che vanno a modificare le concentrazioni di ozono effettivamente osservate, ad esempio oltre alla reazione (1.3) hanno luogo anche reazioni con altri tipi di gas che riducono ulteriormente la quantità di ozono.

L'aumento di temperatura all'aumentare dell'altitudine, nella stratosfera, è dovuto al fatto che l'ozono assorbe gran parte della radiazione ultravioletta proveniente dal sole, secondo la reazione:



L'atomo di O prodotto, essendo molto reattivo, si ricombina subito a formare un'altra molecola di ozono, trasformando l'energia in eccesso in energia cinetica. In questo modo si converte l'energia del fotone incidente in energia cinetica che quindi provoca il riscaldamento del gas, senza ridurre la concentrazione di ozono totale.

1.1.3 Mesosfera

La mesosfera segue la stratosfera e si estende fra 50 km e 90 km di altitudine.

In questa regione la concentrazione di ozono è di molto inferiore rispetto alla stratosfera e la brusca diminuzione di temperatura è spiegata dal raffreddamento per irraggiamento da parte delle molecole che la compongono.

Le temperature possono abbassarsi fino a 150 K ed il punto in cui si raggiunge il minimo di temperatura segna l'inizio della mesopausa.

Come si può vedere dal profilo della densità di plasma in figura 1.1, è proprio a queste altitudini che inizia la ionosfera.

⁴Dalla curva 1.2 si osserva che al di sotto dei 20 km di altitudine la concentrazione di O_3 è comunque più alta rispetto ad altitudini dai 40 km in poi. Questo ozono è principalmente quello prodotto dalle emissioni antropogeniche.

1.1.4 Termosfera

La termosfera, infine, è la regione che si estende dai 90 km di altitudine in poi. I gas che la costituiscono sono principalmente N_2 e O_2 , presenti in concentrazioni estremamente basse. Tali elementi sono esposti ad un'intensa radiazione solare di alta energia, nello spettro ultravioletto (UV) ed estremo ultra violetto (EUV). Questa esposizione è responsabile dell'aumento della temperatura all'aumentare dell'altitudine e provoca la ionizzazione degli elementi e quindi la produzione di plasma. È infatti qui che si hanno i valori massimi della densità di plasma (figura 1.1).

La bassissima densità dei gas fa sì che non sia più possibile utilizzare la nozione classica di temperatura. Infatti un termometro in questa regione misurerebbe una temperatura molto bassa, nonostante le particelle di gas che la costituiscono abbiano una energia cinetica decisamente alta. Si ricorre quindi al concetto di *temperatura cinetica*, ovvero la temperatura che avrebbe la stessa quantità di gas se si trovasse a livello del mare e le particelle avessero la stessa energia cinetica.

La temperatura cinetica va dai 500 K delle altitudini più basse fino a 2000 K per quelle più alte.

In questa regione, inoltre, non si ha una composizione chimica uniforme ma gli elementi tendono a stratificarsi in base al proprio peso.

A partire dai 500 km inizia l'*esosfera* che rappresenta la frontiera più estrema dell'atmosfera terrestre. Qui alcune particelle possono acquisire energia cinetica sufficiente per superare la velocità di fuga.

1.1.5 Composizione chimica dell'atmosfera

La maggior parte della massa atmosferica è concentrata nei primi 50 km a partire dalla superficie. Fino ad altitudini di 100 km circa è piuttosto uniforme nella sua composizione grazie ai moti convettivi e ad altri moti turbolenti che si instaurano al di sopra della troposfera.

Le specie chimiche presenti in percentuali maggiori sono: azoto molecolare (N_2) presente nel 78.08% dell'intero volume atmosferico, ossigeno molecolare per il 20.95%, argon (Ar) per lo 0.933% e diossido di carbonio (CO_2) per lo 0.033%. Gas come l'ozono o il vapore acque sono presenti in quantità variabile a seconda della regione atmosferica in cui ci si trova.

La tabella 1.1 mostra complessivamente la composizione chimica atmosferica, includendo anche gli elementi e le molecole presenti in percentuali inferiori a quelle del CO_2 .

Tabella 1.1: *Composizione chimica dell'atmosfera.*

Costituenti	Percentuale in volume
<i>Concentrazione costante</i>	
N ₂	78.08
O ₂	20.95
Ar	0.933
CO ₂	0.033
Ne	18.2 · 10 ⁻⁴
He	5.2 · 10 ⁻⁴
Kr	1.1 · 10 ⁻⁴
Xe	0.089 · 10 ⁻⁴
H	0.5 · 10 ⁻⁴
CH ₄	1.5 · 10 ⁻⁴
N ₂ O	0.27 · 10 ⁻⁴
CO	0.19 · 10 ⁻⁴
<i>Concentrazione variabile</i>	
H ₂ O	0 ÷ 4
O ₃	0 ÷ 4 · 10 ⁻⁴
NH ₄	0.004 · 10 ⁻⁴
SO ₂	0.001 · 10 ⁻⁴
NO ₂	0.001 · 10 ⁻⁴

1.1.6 Ionosfera

La ionosfera è la regione dell'atmosfera costituita da gas parzialmente ionizzati che si estende fra 50 km e 1000 km circa al di sopra della superficie terrestre, comprendendo quindi la parte alta della stratosfera e la mesosfera.

La componente ionizzata dei gas, che costituisce di fatto un plasma, è responsabile della riflessione e conseguente propagazione a lunga distanza delle onde radio.

Il fenomeno della riflessione delle onde elettromagnetiche sul plasma è descritto dettagliatamente in appendice B. Uno dei parametri più importanti per studiare la riflessione è la *frequenza di plasma*, la cui espressione è ricavata rigorosamente in B.3 ed è la seguente:

$$\nu_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{e^2}{m_e \epsilon_0} n_e} \quad (1.5)$$

dove m_e è la massa a riposo dell'elettrone e n_e è la densità di elettroni nel materiale preso in considerazione (che nel caso di un plasma è proprio la densità di

plasma e quindi d'ora in poi si indicherà indifferentemente con n_e o con n_p).

Sostituendo i valori numerici a questa espressione e misurando la frequenza in Hertz, si ottiene:

$$\nu_p = 8.98 \sqrt{n_e} \quad (\text{Hz}) \quad (1.6)$$

Come descritto in B.4, un'onda elettromagnetica con frequenza inferiore alla frequenza di plasma verrà riflessa mentre onde con frequenze superiori si potranno propagare all'interno del plasma. Questo fa sì che la frequenza limite oltre la quale non è possibile la riflessione dipenda da n_e . Quest'ultima, a sua volta, dipende dalla intensità di radiazione solare che investe il plasma. Perciò la riflessione delle onde elettromagnetiche dipenderà dall'orario della giornata.

A titolo di esempio, in figura 1.4 è riportato il grafico del valore della frequenza di plasma al variare dell'altitudine e dell'ora.

Anche ν_{en} dipende dall'intensità della luce solare, infatti le particelle che sono investite da radiazione solare aumentano la propria energia cinetica e di conseguenza aumenta la frequenza di collisione.

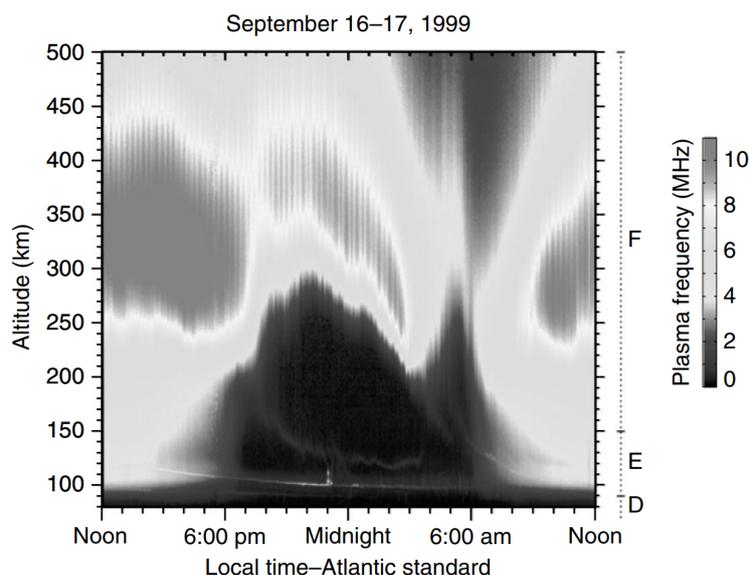


Figura 1.4: Frequenza di plasma misurata ad Arecibo, Portorico.

In figura 1.5 è riportato il profilo dettagliato della densità di plasma. Come si può vedere è possibile distinguere tre regioni (che saranno descritte in dettaglio nelle prossime sezioni):

- Regione D che va dai 50 km ai 90 km;
- Regione E dai 90 km ai 150 km;

- Regione F dai 150 km ai 500 km.

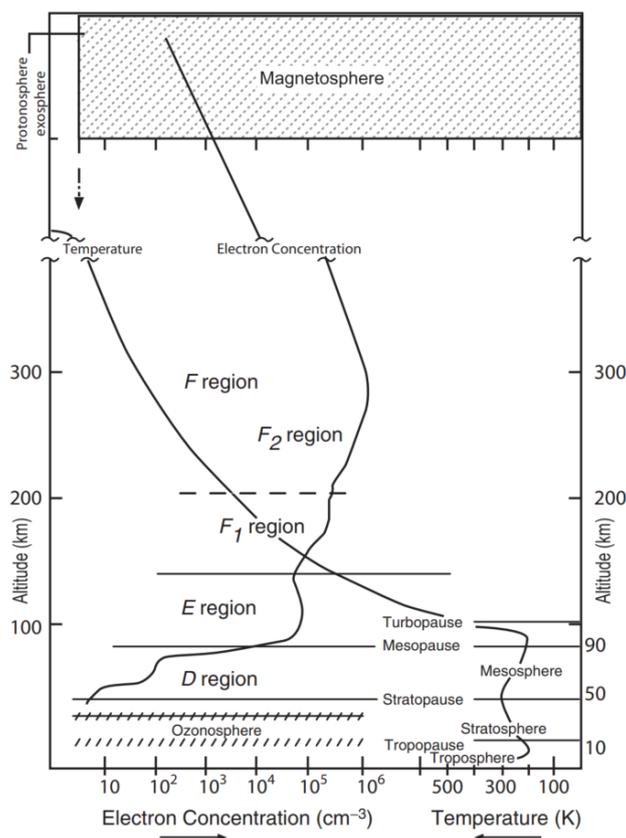


Figura 1.5: Profilo dettagliato della densità di plasma al variare dell'altitudine.

Regione D

Questa regione è quella col grado di ionizzazione meno elevato, infatti si ha una densità di plasma che va da circa 10 cm^{-3} a 10^4 cm^{-3} .

È costituita principalmente da gas neutri ma sono presenti ioni O_2^+ e NO^+ (si veda la figura 1.6) e la ionizzazione è dovuta a raggi X, raggi cosmici e fotoni con lunghezze d'onda $\lambda = 1216 \text{ \AA}$ (Lyman- α) che non vengono assorbiti dagli strati più alti dell'atmosfera.

La riflessione delle onde elettromagnetiche riguarda solo quelle con frequenze inferiori a 90 kHz (onde VLF e LF). Nonostante questo la propagazione delle alte frequenze (indicate con la sigla HF nel range di frequenze che va da 3 MHz a 30 MHz) è comunque influenzata da questo strato.

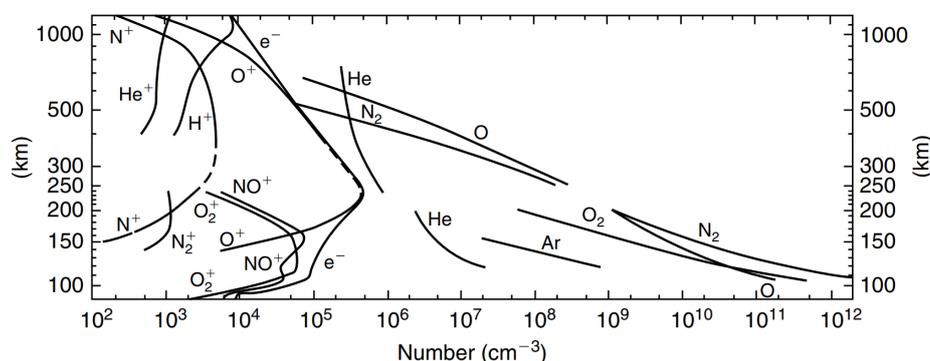


Figura 1.6: Composizione chimica dell'atmosfera a partire da 100 km di altitudine.

Infatti quando la frequenza dell'onda incidente è prossima alla frequenza di collisione (che in questa regione è di circa 10^6 Hz) si ha un forte assorbimento come si può vedere dalla formula (B.100) in appendice B.4.

Regione E

Le altitudini in cui è definita la regione E corrispondono a quelle in cui ha inizio la termosfera. A queste altitudini sono presenti per lo più ioni O_2^+ e NO^+ .

Come si è visto nei paragrafi precedenti queste altezze sono caratterizzate da un aumento della densità di plasma ed un brusco aumento della temperatura.

In particolare si ha una densità di plasma pari a $n_p \simeq 10^5 \text{ cm}^{-3}$ che comporta una frequenza di plasma di circa $\nu_{pE} \simeq 2.8 \text{ MHz}$.

Nella regione E la frequenza di plasma non è l'unico limite per la riflessione delle onde elettromagnetiche incidenti. Infatti a queste altitudini si ha la formazione del cosiddetto *strato E sporadico* che è caratterizzato da una maggiore densità di plasma e quindi consente la riflessione di onde con frequenze fino a 100 MHz.

Una delle cause della formazione di questo strato, come si vedrà, è dovuta proprio alle alterazioni del campo elettrico terrestre causate dai precursori sismici.

Regione F

La regione F si può dividere ulteriormente in due strati:

- Strato F1, che si può osservare solo durante le ore diurne e si estende approssimativamente fra i 150 km ed i 200 km.

La sua composizione chimica è caratterizzata da una graduale diminuzione degli ioni O_2^+ e NO^+ e da un aumento della concentrazione di O^+ . La densità di plasma varia fra circa $2 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$ e $5 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-3}$.

- Strato F2, che si estende da 200 km fino a 500 km.

È qui che si ha il picco nella densità di plasma e questo lega la frequenza di plasma di questa regione con la massima frequenza utilizzabile per le comunicazioni tramite riflessione di onde elettromagnetiche sulla ionosfera.

Lo strato F2 è anche quello più importante nello studio dei precursori sismici, infatti uno dei parametri che subisce variazioni sensibili durante le fasi preparatorie di un terremoto è proprio la frequenza di plasma ν_{F2} .

1.2 Magnetosfera e fasce di van Allen

In questo paragrafo verrà descritta la magnetosfera ed il campo magnetico terrestre e l'interazione fra i raggi cosmici e quest'ultimo. Questa interazione dà luogo a delle regioni di forma toroidale che circondano la Terra, costituite da plasma e chiamate *fasce di van Allen*.

Come si vedrà nel prossimo paragrafo, esistono degli studi che sembrano individuare una correlazione fra l'aumento del flusso di raggi cosmici che precipitano sulla Terra ed il verificarsi di eventi sismici. In base a questi studi questo aumento può essere dovuto alle perturbazioni che subiscono le particelle nelle fasce di van Allen e che provocano la loro precipitazione.

1.2.1 Campo magnetico terrestre

Il campo magnetico terrestre è originato da correnti che si instaurano nella parte liquida del nucleo terrestre a causa dei moti convettivi. Una approssimata descrizione del meccanismo che genera questo campo è data dalla teoria della geodinamo [6], la cui trattazione va oltre gli scopi di questa tesi.

Nonostante la complessità del campo che deriva da questo processo, sulla superficie terrestre le componenti di ordine superiore al termine di dipolo sono trascurabili ed è quindi possibile, in prima approssimazione, considerare un campo magnetico dipolare.

La Terra però è immersa nell'atmosfera solare, le linee del campo magnetico terrestre quindi discosteranno da quelle di un dipolo magnetico. Infatti vengono deformate oltre che dal campo magnetico solare anche dal *vento solare*.

Quest'ultimo è un plasma completamente ionizzato senza collisioni, costituito principalmente da ioni di idrogeno, di elio ed elettroni che, a causa delle alte temperature che raggiunge la termosfera solare, raggiungono la velocità di fuga e vengono espulse dall'atmosfera del Sole.

La ionizzazione è causata sia dalle alte temperature che dall'irraggiamento.

Il vento solare investe la regione in cui è presente il campo magnetico terrestre e ne deforma le linee di campo.

Questa deformazione può essere spiegata, in prima approssimazione, considerando solo l'interazione fra il vento solare ed il campo magnetico terrestre.

Come si può vedere in figura 1.7a le particelle del vento solare, dirette verso la Terra, subiscono una deviazione dovuta alla forza di Lorentz: $\mathbf{F} = Q \mathbf{v} \times \mathbf{B}$.

Data la dipendenza dalla carica di quest'ultima, le particelle positive (principalmente ioni idrogeno) e gli elettroni subiranno deflessioni opposte.

Poichè il campo magnetico dipolare segue un andamento del tipo $1/r^3$, le particelle non potranno avvicinarsi al di sotto di una certa distanza dalla superficie terrestre.

Si va a formare quindi una superficie di separazione fra il vento solare e la regione di spazio che circonda la Terra in cui il campo magnetico ha un modulo sufficientemente grande da deviare tali particelle.

Lo studio della forma di questa superficie e della espressione analitica che ne consegue è noto con il nome di *problema di Chapman-Ferraro*. Data la complessità del problema in questa tesi verranno mostrati, in maniera esclusivamente qualitativa, i risultati.

Su questa superficie è presente una corrente in direzione ovest, chiamata corrente di Chapman-Ferraro, e che produce a sua volta un campo magnetico. Questo campo è antiparallelo a quello geomagnetico nella zona rivolta al sole, mentre parallelo nella zona opposta.

Questo va a modificare la forma delle linee di campo e a definire una superficie (mostrata in figura 1.7b) che prende il nome di *magnetopausa*.

La regione all'interno della magnetopausa, nella quale il campo magnetico terrestre è quello predominante, si chiama *magnetosfera*.

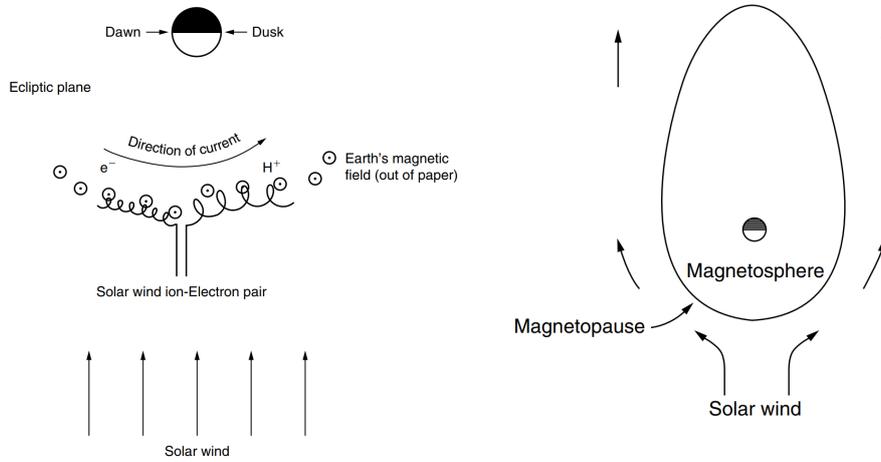
1.2.2 Magnetosfera

Il modello appena esposto prevede che all'interno della magnetosfera le linee del campo geomagnetico siano chiuse e non abbiano alcun legame con quelle del campo magnetico interplanetario. In questa situazione il plasma che costituisce il vento solare non ha alcun modo di penetrare all'interno della magnetosfera.

Nella realtà però è necessario tener conto del fenomeno della *riconnessione*, per il quale le linee del campo magnetico interplanetario si collegano a quelle del campo magnetico terrestre.

Una descrizione approfondita di questo fenomeno può essere trovata in [7], di seguito verrà esposta una trattazione molto semplificata tratta da [4][8][9][10].

Per studiare la riconnessione magnetica è necessario partire dal teorema di Alfvén, descritto dettagliatamente in appendice C. Secondo questo teorema in un



(a) Descrizione della interazione fra il vento solare e il campo magnetico terrestre. (b) Forma della magnetosfera sotto l'azione del vento solare.

fluido ad elevata conducibilità (come il plasma che costituisce il vento solare⁵) il flusso del campo magnetico non può subire variazioni nel tempo.

Questo fa sì che le linee di campo magnetico restino "congelate" nel fluido e trasportate da quest'ultimo.

A causa della rotazione del Sole, il vento solare segue una traiettoria a spirale, così come mostrato in figura 1.8. Le linee di campo quindi si deformano allungandosi e ciò fa sì che si possa individuare una sottile regione in cui si ha una brusca variazione nel verso di queste ultime (la linea in grassetto nello schema in alto a destra di figura 1.10).

La presenza di una separazione fra due regioni con campi magnetici diretti in versi opposti, comporta l'esistenza di una corrente elettrica in uno strato che prende il nome di *foglio di corrente* (*current sheet*). Per rendersene conto è necessario ricorrere all'equazione di Maxwell

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \quad (1.7)$$

e considerare lo schema esemplificativo di figura 1.9.

Considerando il percorso chiuso \mathcal{C} mostrato nello schema, è possibile calcolare il flusso di $\nabla \times \mathbf{B}$ attraverso una qualunque superficie con contorno \mathcal{C} . Dal teorema di Stokes questo flusso corrisponde alla circuitazione di \mathbf{B} lungo \mathcal{C} .

Calcolando il flulso di entrambi i membri della (1.7) si ottiene quindi:

$$\int_{\Sigma} d\sigma \nabla \times \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}} = \mu_0 \int_{\Sigma} d\sigma \mathbf{J} \cdot \hat{\mathbf{n}} \quad (1.8)$$

⁵Dalla formula (B.53) per il tensore di conducibilità del plasma si osserva che σ_0 (che è la componente di σ parallela a \mathbf{B}), diverge nel caso di plasma senza collisioni ($\nu_{en} \rightarrow 0$).

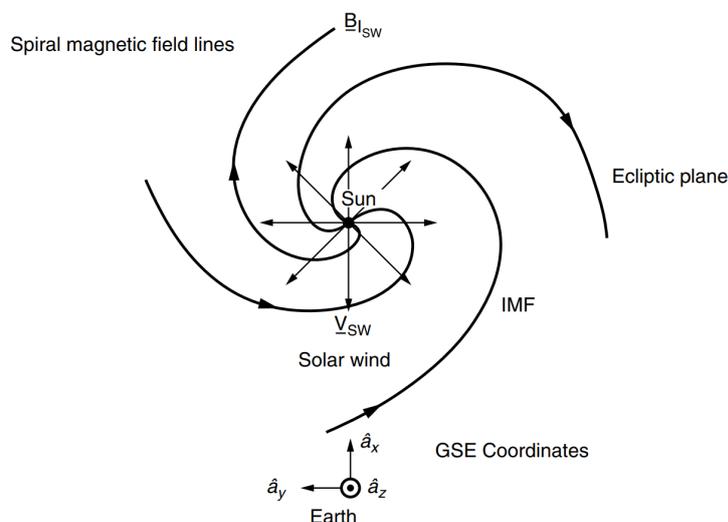


Figura 1.8: Rappresentazione schematica della forma delle linee del campo magnetico interplanetario.

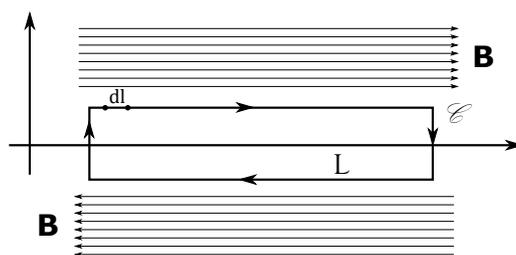


Figura 1.9: Schema esemplificativo per lo studio del foglio di corrente.

che quindi diventa:

$$I = \frac{1}{\mu_0} \oint_{\mathcal{C}} \mathbf{dl} \cdot \mathbf{B} \quad (1.9)$$

Poichè il campo magnetico ha sempre lo stesso verso del percorso \mathcal{C} , l'integrale a destra non si annulla ed essendo L la lunghezza dei lati del circuito paralleli a \mathbf{B} , si ottiene per la corrente I :

$$I = \frac{2BL}{\mu_0} \quad (1.10)$$

Il foglio di corrente, a causa del moto a spirale del vento solare, assume una forma simile a quella di figura 1.10.

Dalla figura è possibile vedere che quando il foglio sovrasta l'orbita terrestre, il campo interplanetario è diretto verso il Sole altrimenti è in verso opposto, questo spiega i versi del campo mostrati in figura 1.8.

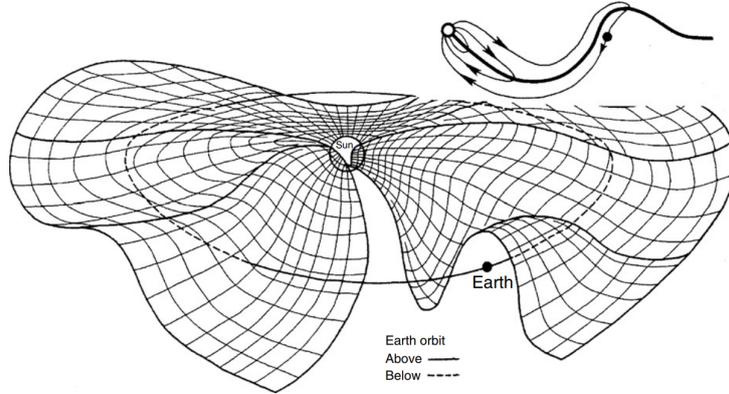


Figura 1.10: Rappresentazione del foglio di corrente del campo magnetico interplanetario.

Da qui in avanti si considererà il primo caso, nel quale il campo magnetico è diretto verso il Sole.

A questo punto è necessario ricorrere alle formule ricavate in appendice B.2, specializzandole al vento solare, ricordando che quest'ultimo è un plasma senza collisioni.

In particolare si utilizza la (B.29), riportata di seguito per chiarezza:

$$0 = -k_B T_i \nabla n + n M g + n e (\mathbf{E} + \mathbf{V}_i \times \mathbf{B}) - n M \nu_{in} (\mathbf{V}_i - \mathbf{U})$$

Nel caso del vento solare, ovviamente, i primi due termini a destra dell'uguale sono trascurabili. Inoltre dato che è un plasma senza collisioni, non sarà presente l'ultimo termine.

Si otterrà quindi l'equazione che caratterizza un plasma ideale:

$$\mathbf{E}_\perp = -\mathbf{V}_{SW} \times \mathbf{B} \quad (1.11)$$

dove il pedice *SW* sta per *Solar Wind* ed il pedice del campo elettrico sottolinea che quest'ultimo è ortogonale al campo magnetico.

Si può introdurre un sistema di riferimento con origine nel centro della Terra e con un asse diretto lungo la congiungente fra Terra e Sole, un altro asse ortogonale al piano dell'eclittica e il terzo che rende la terna destrorsa (si veda la figura 1.11).

Tale sistema prende il nome di *sistema di riferimento GSE (geocentric solar ecliptic)*.

In questo sistema di riferimento, se si considera che il vento solare venga espulso dal sole in modo radiale, si può scrivere:

$$\mathbf{V}_{SW} = -V_{SW} \hat{\mathbf{a}}_x \quad (1.12)$$

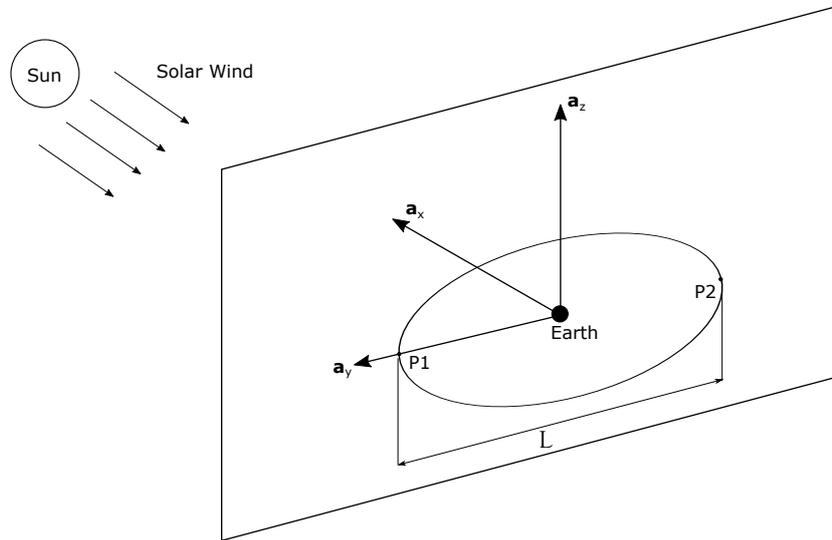


Figura 1.11: Sistema di riferimento GSE.

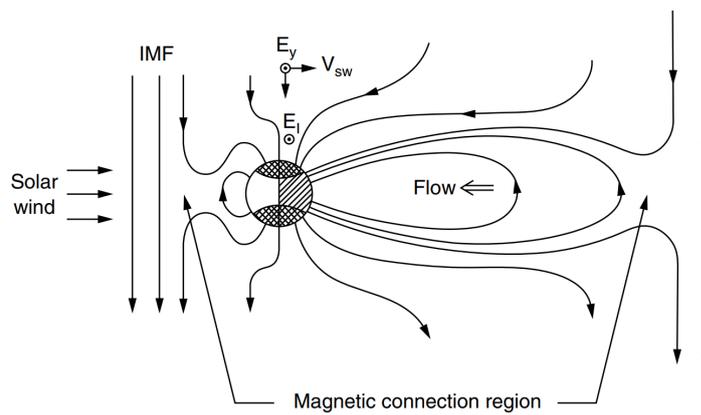


Figura 1.12: Rappresentazione del fenomeno della riconnessione delle linee di campo magnetiche.

dove $\hat{\mathbf{a}}_x$ è il versore dell'asse x nel sistema GSE e $V_{sw} > 0$. Inoltre, dato che si assume che il foglio di corrente sovrasti l'orbita terrestre, si avrà che $B_z < 0$.

Dalla (1.11) e dalla (1.12) si ottiene:

$$\mathbf{E}_\perp = -V_{sw}B_z \hat{\mathbf{a}}_y + V_{sw}B_y \hat{\mathbf{a}}_z \quad (1.13)$$

dove si assume, in prima approssimazione, il campo magnetico costante nelle variabili spaziali.

Integrando spazialmente questo campo elettrico si ottiene una differenza di potenziale fra gli estremi di integrazione. Quindi un plasma in moto in un campo magnetico è a tutti gli effetti un generatore di tensione (anche detto generatore magnetoidrodinamico).

Per calcolare l'integrale si considera il piano ortogonale a \mathbf{V}_{sw} e passante per il centro della Terra (si veda figura 1.11). Indicando con L la dimensione lineare della magnetosfera nella direzione $\hat{\mathbf{a}}_y$, si ottiene la differenza di potenziale ΔV fra i due punti che in figura sono indicati con P1 e P2:

$$\Delta V = \int_{P1}^{P2} dy \mathbf{E}_\perp \cdot \hat{\mathbf{a}}_y = - \int_{P1}^{P2} dy V_{sw}B_z = -V_{sw}B_zL \quad (1.14)$$

Sostituendo i valori tipici per V_{sw} , B_z ed L si ottiene $\Delta V \sim 300$ kV.

Si ha quindi una elevata differenza di potenziale ai capi della magnetosfera che, data l'elevata conducibilità del plasma, provoca una corrente elettrica. La presenza di questa corrente va ad invalidare il teorema di Alfvén e rende quindi possibile la riconnessione magnetica.

Le linee del campo magnetico interplanetario si collegano a quelle del campo geomagnetico andando a realizzare delle linee di campo aperte, come mostrato in figura 1.12.

La magnetosfera quindi diventa un sistema aperto nel quale parte del vento solare può penetrare andando a realizzare delle regioni in prossimità della Terra chiamate *fasce di van Allen*.

1.2.3 Fasce di van Allen

Le fasce di van Allen sono delle regioni di forma toroidale che circondano la Terra, caratterizzate dalla presenza di particelle con energie che vanno dalle centinaia di keV alle centinaia di MeV.

Le particelle contenute in queste regioni sono principalmente protoni ed elettroni che provengono dal vento solare e da raggi cosmici e restano intrappolate nel campo geomagnetico.

Si possono distinguere due fasce:

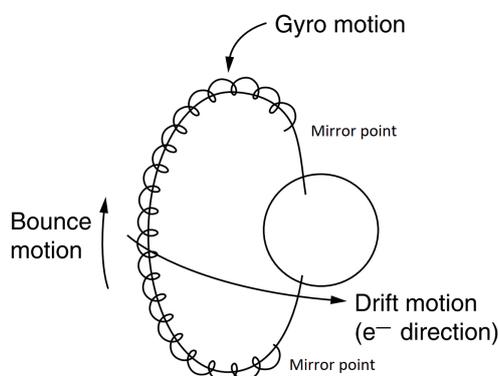


Figura 1.13: Moto di una particella carica intrappolata nelle fasce di van Allen intorno alle linee del campo geomagnetico.

- Una più interna che si estende fra i 1000 km ed i 6000 km di altitudine ed è costituita per lo più da protoni altamente energetici (con energie nell'ordine delle centinaia di MeV);
- Una più esterna (fra i 10 000 km ed i 60 000 km) che è costituita principalmente da elettroni con energie nel range fra i 0.1 MeV e 10 MeV.

I dettagli della dinamica delle particelle nelle fasce di van Allen sono descritti in appendice D, in figura 1.13 è rappresentata la traiettoria di una particella intorno ad una linea di campo.

Come è possibile vedere dall'immagine la traiettoria delle particelle è determinata dai seguenti tre moti:

- Uno elicoidale intorno alle linee di campo magnetico (indicato in figura come *gyro motion*);
- Uno di deriva dipendente dal segno della carica della particella (indicato in figura come *drift motion*);
- Uno oscillatorio compreso fra due punti chiamati *mirror points* (indicato in figura come *bounce motion*).

L'angolo fra la direzione del vettore velocità della particella e la linea di campo magnetico intorno al quale si muove prende il nome di *pitch angle*.

In prossimità dei *mirror points* questo angolo assume il valore di 90° e la particella ripercorre in verso contrario la linea di campo, fino a raggiungere l'altro *mirror point*.

In questo modo le particelle non hanno modo di abbandonare queste regioni a meno che non subiscano delle perturbazioni che provochino la variazione del *pitch angle*.

In figura 1.14 è mostrata una rappresentazione delle due fasce.

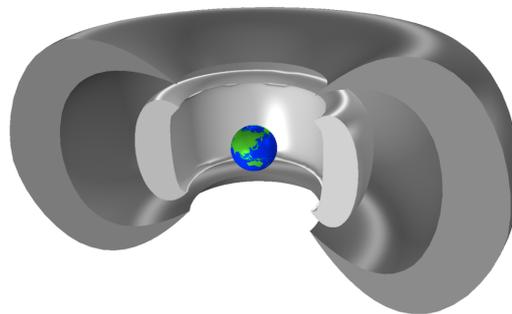


Figura 1.14: *Rappresentazione delle due fasce di van Allen.*

Durante le fasi preparatorie di un terremoto si generano onde elettromagnetiche che possono propagarsi fino alle fasce di van Allen, variando proprio il pitch angle e provocando un aumento del flusso di particelle che precipitano verso la superficie terrestre.

1.3 Precursori sismici ionosferici

Si chiamano precursori sismici tutti i fenomeni fisici che avvengono ore o giorni prima del verificarsi di un evento sismico.

In questa tesi, in particolare, verranno descritti i fenomeni che hanno luogo nella ionosfera che prendono il nome di precursori sismici-ionosferici [11][12][13].

I primi articoli che descrivono la variazione di parametri ionosferici e che collegano queste variazioni ad eventi sismici, sono dovuti a Antselevich (1971) e Datchenko (1972) e si basano sulla variazione della frequenza di plasma della regione E e sulla variazione del *Total Electron Content (TEC)* ovvero l'integrale della densità di plasma effettuato in un cilindro avente una sezione di un metro quadro e di lunghezza determinata dagli estremi di integrazione.

La spiegazione fisica di queste variazioni è stata sviluppata seguendo due ipotesi:

- La generazione di onde acustiche di gravità (*Acoustic Gravity Waves o AGW*), che andrebbero a modificare il TEC nelle regioni sovrastanti l'area di preparazione di un terremoto;
- La generazione di campi elettrici anomali che si propagano fino alla ionosfera.

La prima ipotesi però è stata progressivamente abbandonata. Infatti secondo misure di TEC effettuate da Calais e Minster (1998) e avvalorate dalle stime teoriche di Davies e Archambeau (1998), il contributo alla variazione del contenuto

elettronico totale dovuto alle AGW durante un evento sismico, sarebbe di almeno due ordini di grandezza inferiore alle variazioni ionosferiche giornaliere.

Di seguito verrà quindi descritto l'accoppiamento sismo-ionosferico dovuto alla generazione di campi elettrici nella zona di preparazione di un terremoto.

1.3.1 Near Ground Processes

Con il termine *Near Ground Processes* si intende l'insieme di fenomeni che avvengono in prossimità della superficie terrestre nella zona di preparazione di un terremoto.

Dalle microfrazioni della crosta terrestre che si producono durante le prime fasi di un terremoto, si ha l'emanazione di gas Radon che è caratterizzato da un'alta radioattività ($30 \div 50 \text{ Bq/m}^3$) e provoca la ionizzazione dei gas nell'atmosfera.

Di conseguenza si hanno reazioni ione-molecola che, su scale temporali molto brevi (nell'ordine di 10^{-7} s), portano alla produzione delle seguenti specie chimiche: O^- , O_2^- , NO_2^- , NO_3^- , CO_3^- , O_2^+ , NO^+ , H_3O^+ (la concentrazione di elettroni è trascurabile).

Le molecole d'acqua presenti nell'atmosfera, grazie all'elevato momento di dipolo elettrico, vengono attratte da questi ioni ed impediscono la ricombinazione di questi ultimi.

Si va così a formare un raggruppamento (*cluster*) di ioni con una lunga vita media che va a costituire il cosiddetto *near ground plasma*. Un esempio di cluster simile può essere $\text{NO}_2^- \cdot (\text{H}_2\text{O})_n$.

A causa dell'attrazione coulombiana fra ioni negativi e positivi questi cluster si raggruppano, andando a formare i *quasi-neutral cluster*.

Il Radon non è l'unico gas ad essere liberato dalla crosta terrestre ma vengono emessi anche altri gas nobili ed anidride carbonica. L'intenso rilascio di questi gas provoca dei moti turbolenti nell'atmosfera che sono la causa della generazione delle onde acustiche di gravità e soprattutto della distruzione del cluster neutrale prodotto precedentemente.

Il campo elettrico atmosferico provoca una separazione degli ioni che dà luogo al cosiddetto *effetto elettrodo*: in prossimità del suolo si forma un accumulo di ioni positivi, mentre gli ioni negativi vengono spinti verso l'alto. In questo modo si genera un campo elettrico, chiamato *campo elettrico anomalo*, che si sovrappone a quello atmosferico.

Questo campo è intensificato dal contestuale abbassamento della conducibilità dell'aria causata dalla liberazione di aerosol dalla crosta terrestre.

Un altro fenomeno che ha origine in prossimità della superficie terrestre è l'emissione di onde elettromagnetiche ULF, ELF e VLF. Le ragioni fisiche di tali emissioni non sono ancora del tutto chiare ma una possibile spiegazione è data dalla variazione della frequenza di plasma del cluster neutrale.

Infatti considerando il cluster $\text{NO}_2^-(\text{H}_2\text{O})_n$ e considerando $n = 6$ e la densità di ioni pari a 10^6 cm^{-3} , si ottiene $\nu_p \sim 17 \text{ kHz}$ che rientra nel range delle VLF. Data la variabilità della densità di plasma e del valore di n ci si può aspettare variazioni in range più ampi che si estendano fino alle onde ULF.

1.3.2 Effetti del campo elettrico anomalo nella ionosfera

Il campo elettrico anomalo può propagarsi fino alle regioni E ed F della ionosfera, causando variazioni nella concentrazione di elettroni. In particolare è la componente ortogonale alle linee di campo geomagnetico a penetrare in queste regioni.

Inoltre nel caso in cui il campo anomalo sia diretto verso la superficie terrestre si ha anche la formazione di uno strato E sporadico al di sopra dell'area di preparazione del terremoto.

La variazione nella concentrazione degli elettroni è la causa della corrispondente variazione nella frequenza di plasma delle due regioni. Questo cambia la frequenza limite di riflessione delle onde elettromagnetiche che quindi possono propagarsi oltre lo strato F2.

Un altro effetto secondario è quello della generazione di onde acustiche di gravità che danno luogo a variazioni periodiche nella densità di elettroni nella ionosfera.

1.3.3 Effetti nella magnetosfera

Data la grande conducibilità del plasma ionosferico lungo le linee di campo magnetico, si possono considerare tali linee di campo equipotenziali.

Si formano quindi dei condotti lungo le linee di campo nei quali le onde VLF possono propagarsi senza attenuazione fino alle fasce di van Allen.

L'interazione di queste onde con le particelle contenute nelle fasce provoca la variazione del pitch angle e la conseguente precipitazione di tali particelle nella ionosfera.

Una rappresentazione schematica dell'intero processo di accoppiamento sismo-ionosferico è rappresentato in figura 1.15.

1.3.4 Abbassamento della regione D

La precipitazione di particelle si traduce in un aumento del flusso di particelle che viene registrato nella ionosfera ma provoca anche un altro effetto.

Queste particelle (altamente energetiche) vanno infatti a ionizzare maggiormente gli strati più bassi della ionosfera provocando un abbassamento della regio-

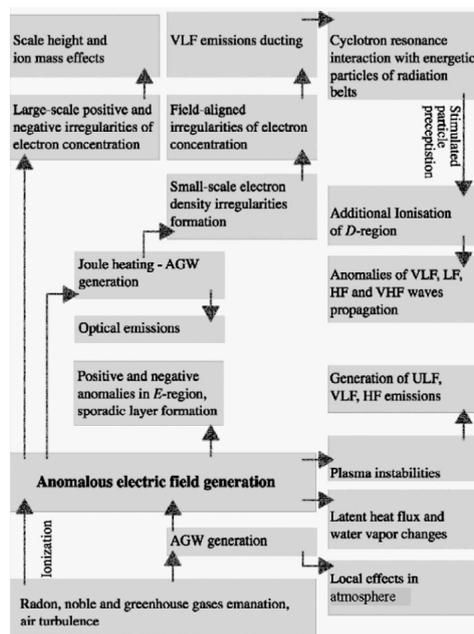


Figura 1.15: Schema dell'interazione fra eventi sismici e variazioni dei parametri ionosferici.

ne D, influenzando ancora una volta la propagazione delle onde elettromagnetiche in un range molto ampio, dalle onde VLF alle VHF.

1.4 La missione CSES-Limadou

La missione CSES-Limadou nasce dalla collaborazione fra l'agenzia spaziale cinese (CNSA) e quella italiana (ASI) e ha due principali obiettivi:

- Studiare i precursori sismici ed in generale i fenomeni di accoppiamento fra litosfera, atmosfera e ionosfera tramite misure di fenomeni elettromagnetici (monitorando lo spettro ULF e VLF), ionosferici (come le variazioni di TEC) e magnetosferici (che consistono nella variazione del flusso di particelle provenienti dalle fasce di van Allen e che precipitano sulla Terra);
- Approfondire la conoscenza dei fenomeni di interazione fra la Terra e Sole e l'influenza dell'attività solare sui raggi cosmici.

A tale scopo è stato realizzato il satellite CSES-01 (China Seismo-Electromagnetic Satellite) che consente di monitorare la composizione del plasma ionosferico, il flusso di elettroni, protoni e nuclei leggeri in range energetici che vanno da pochi MeV a centinaia di MeV e i valori del campo magnetico ed elettrico terrestri.

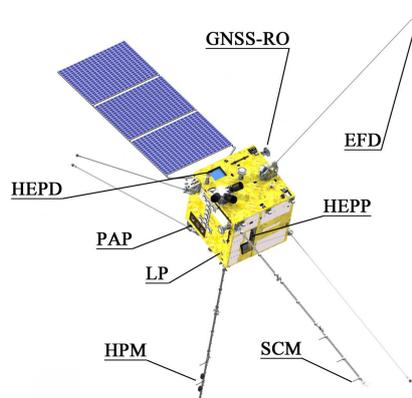


Figura 1.16: *Il satellite CSES-01.*

CSES-01 è stato lanciato il 2 Febbraio 2018 dal Jiuquan Satellite Launch Center nel deserto del Gobi. Questo è il primo di una serie di lanci programmati per i prossimi anni che permetteranno di realizzare una costellazione di satelliti di monitoraggio.

Il satellite CSES-01 si basa sulla piattaforma CAST2000 ed è progettato per muoversi in orbita eliosincrona a 507 km di altitudine con una inclinazione di 97° . Ha un peso di circa 730 kg e consuma 900 W.

Può operare in due modalità: "burst mode" e "survey mode". Nella prima si ha un rate di acquisizione più alto e viene attivata quando il satellite sorvola il territorio cinese e le zone sismicamente più attive del pianeta. In tutti gli altri casi, invece, viene utilizzata la "survey mode".

È equipaggiato con i seguenti strumenti:

- High-Precision Magnetometer (HPM), che ha lo scopo di misurare le componenti del campo magnetico per frequenze basse;
- Search-Coil Magnetometer (SCM), che serve a misurare le componenti del campo magnetico a frequenze più alte;
- Electric Field Detector (EFD), che misura le tre componenti del campo elettrico;
- Plasma Analyzer Package (PAP) e il Langmuir Probe (LP), che permettono di misurare la densità di elettroni e ioni, la velocità di deriva degli ioni e la composizione del plasma;
- GNSS Occultation Receiver per misurare il Total Electron Content;
- High Energy Particle Package (HEPP) e High Energy Particle Detector (HEPD), che ha lo scopo di misurare il flusso di particelle ad alta energia.

In figura 1.16 è mostrato il satellite e vengono indicati gli strumenti di cui è provvisto.

Il contributo italiano alla missione consiste nella costruzione del HEPD che verrà descritto dettagliatamente nel prossimo capitolo.

Attualmente è in fase di sviluppo il secondo satellite, lo CSES-02, per il quale è previsto un contributo italiano maggiore in quanto oltre al rivelatore HEPD-02 verrà realizzato in Italia anche l'EFD-02.

Il lancio di questo secondo satellite è previsto per la fine del 2021 e avrà un'orbita uguale a quella dello CSES-01 ma con una differenza di fase di 180° , in modo da migliorare la risoluzione spaziale e ridurre il tempo che passa fra due passaggi dei satelliti sullo stesso punto [14][15].

L'attività di laboratorio svolta per la stesura di questa tesi, riguarda principalmente l'elettronica di trigger ed acquisizione del rivelatore HEPD-02.

Capitolo 2

High Energy Particle Detector (HEPD)

In questo capitolo verrà data una descrizione dettagliata del rivelatore HEPD-01 presente nel satellite CSES-01 e dei dati di volo acquisiti a partire dalla data di lancio [14][16][17].

2.1 HEPD-01

Il detector HEPD-01 permette di rivelare elettroni, protoni e nuclei leggeri nei seguenti range energetici:

- Da 3 MeV a 100 MeV per gli elettroni;
- Da 30 MeV a 200 MeV per i protoni.

In questo modo è possibile misurare la variazione di flusso dei protoni e degli elettroni che precipitano nella ionosfera a causa di perturbazioni nelle fasce di van Allen.

In figura 2.1 è mostrata la struttura del rivelatore. Come si può vedere sono presenti i seguenti elementi:

- Il sistema di *tracking*, costituito da due piani di rivelatori al silicio che consentono di ricostruire la traiettoria della particella incidente e di valutare l'energia persa per unità di lunghezza;
- Il sistema di *trigger*, costituito da un piano realizzato con sei scintillatori plastici ognuno dei quali collegato a due tubi fotomoltiplicatori;
- Il *calorimetro*, costituito da 16 piani di scintillatore plastico dello stesso materiale utilizzato per il sistema di trigger ma di spessore maggiore. Ognuno dei piani viene letto da due fototubi;

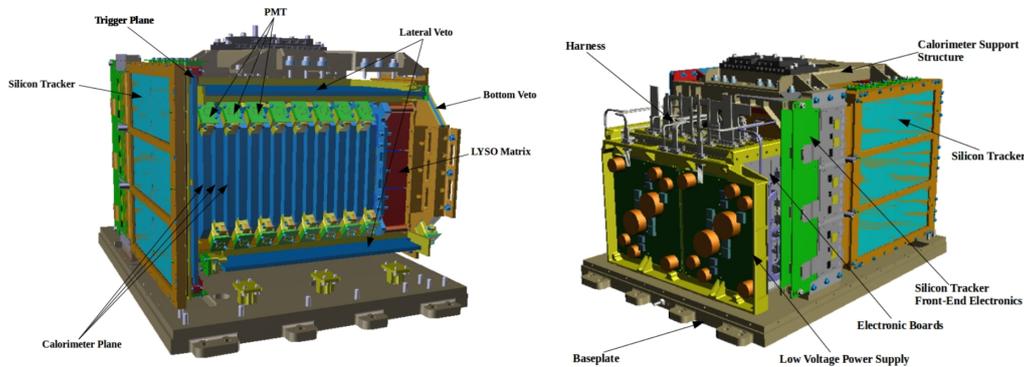


Figura 2.1: Rappresentazione schematica della struttura del rivelatore HEPD-01: a sinistra il lato sinistro e frontale, a destra il lato destro e frontale.

- Una matrice di 9 scintillatori inorganici (composti di LYSO) che completano il calorimetro, caratterizzati da un'alta resa in luce ed utilizzati per aumentare il range energetico del HEPD;
- Il sistema di *veto*, costituito da cinque piani di scintillatore plastico che fanno da pareti laterali per l'intero calorimetro. Ogni piano è collegato a due fotomoltiplicatori. I segnali prodotti da questi piani vengono utilizzati per scartare le particelle che entrano nel calorimetro con angoli troppo grandi (che li porterebbero a fuoriuscire senza rilasciare tutta la loro energia all'interno) oppure particelle che escono dal fondo del calorimetro perchè hanno energie maggiori del valore massimo ammesso per l'HEPD;
- Il sistema di alimentazione costituito da due schede elettroniche: una per l'alimentazione a bassa tensione ed una per l'alimentazione ad alta tensione;
- Il sistema di acquisizione e gestione dati, gestione del trigger, slow control e distribuzione dell'alimentazione costituito da quattro schede elettroniche.

Nei prossimi paragrafi verrà descritto ogni elemento nel dettaglio.

2.1.1 Sistema di tracking

Per poter determinare la traiettoria delle particelle entranti nel HEPD viene utilizzata una coppia di rivelatori a microstrip di silicio.

In particolare vengono utilizzati due piani distanti 1 cm, ognuno dei quali ha le strip di una delle facce disposte ortogonalmente rispetto a quelle dell'altra faccia (come si può vedere in figura 2.2b). In questo modo è possibile ottenere informazioni sulla coordinata x ed y nel piano di incidenza della particella.

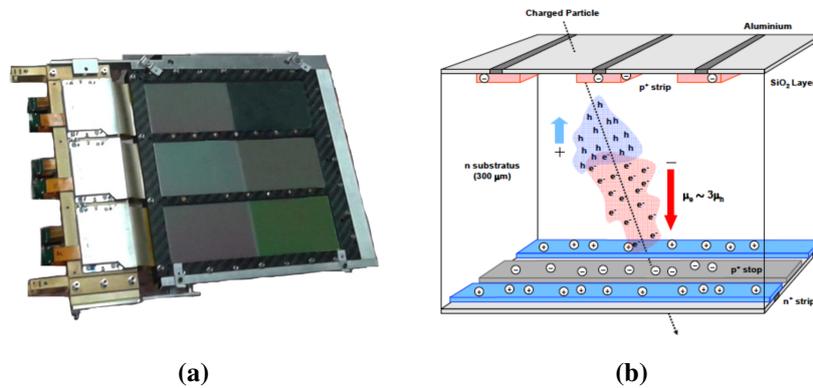


Figura 2.2: Descrizione del sistema di tracking: a) Uno dei piani che costituiscono il rivelatore, è possibile individuare le tre sezioni sensibili che lo costituiscono. b) Schema della struttura interna dei piani di microstrip.

I due piani permettono di individuare due punti nello spazio e da questi è possibile ricavare la traiettoria della particella.

Il meccanismo di funzionamento dei rivelatori a microstrip di silicio si basa sulla produzione di coppie elettrone-lacuna da parte delle particelle che entrano nella zona di svuotamento del rivelatore. Dato che le strip di tipo p^+ sono poste ad un potenziale inferiore rispetto a quelle di tipo n^+ , le lacune appena prodotte migrano verso le p^+ , mentre gli elettroni verso le n^+ . In questo modo vengono prodotti dei segnali in corrente che verranno successivamente acquisiti ed analizzati.

La presenza di strip di tipo p^+ fra quelle di tipo n^+ è necessaria per garantire un corretto isolamento fra queste ultime.

Le dimensioni dei piani di tracking sono di $213.2\text{ mm} \times 214.8\text{ mm}$ e sono suddivisi in 3 sezioni come in figura 2.2a.

Ogni sezione è costituita da due elementi sensibili realizzati con 767 strip di tipo p^+ e l'altra costituita da 1151 strip di tipo n^+ . In totale quindi ogni sezione presenta 3836 strip.

Per la lettura dei segnali provenienti dalle strip di ogni sezione, sono utilizzati 12 integrati VLSI, ognuno dei quali può leggere 64 canali. Si ha un totale di 72 integrati che leggono 4608 canali per entrambi i piani.

Poichè il numero di strip di un singolo piano di tracker è maggiore rispetto al numero di canali disponibili (3836×3 strip contro i 4608 canali), non tutte vengono utilizzate per il read-out.

In particolare delle 767 strip di tipo p^+ , 384 sono utilizzate per il read-out, mentre 383 sono *floating*. Le strip floating consentono comunque di aumentare la risoluzione spaziale andando ad indurre segnali su quelle di read-out adiacenti.

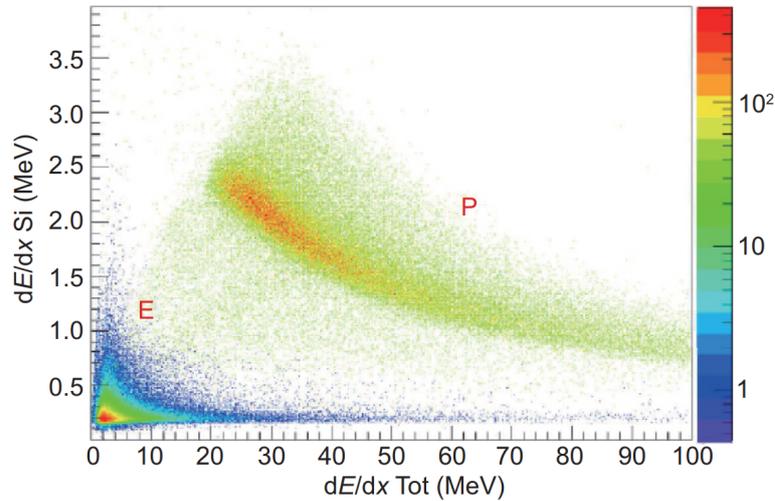


Figura 2.3: Simulazione dell'energia persa nei rivelatori al silicio rispetto all'energia totale di elettroni e protoni [20].

Per quel che riguarda le strip di tipo n^+ , 576 sono utilizzate per il read-out, mentre 575 sono floating.

Le strip di tipo n^+ , inoltre, vengono collegate insieme a gruppi di tre, lasciando una indeterminazione sulla coordinata y che viene risolta grazie alla segmentazione del piano di trigger [18].

2.1.2 Discriminazione delle particelle

Oltre a determinare la traiettoria della particella, il sistema di tracking permette di misurare l'energia persa dalle particelle. Questa informazione è fondamentale per distinguere fra elettroni e protoni che incidono sul rivelatore. Infatti la distinzione fra le due particelle viene fatta valutando il rapporto fra l'energia persa nei due piani di rivelatori in microstrip e l'energia totale persa nell'intero calorimetro [19].

In figura 2.3 è mostrato il grafico che riporta l'energia persa nei primi due piani in silicio, in rapporto all'energia totale della particella. Come si può vedere protoni ed elettroni hanno comportamenti molto distinti fra loro, il che permette di distinguerli.

2.1.3 Sistema di trigger

Il piano di trigger (mostrato in figura 2.4) è costituito da sei sottili lastre di materiale scintillante delle dimensioni di $20\text{ cm} \times 3\text{ cm} \times 0.5\text{ cm}$. Ognuna è letta da due tubi fotomoltiplicatori prodotti dalla Hamamatsu.

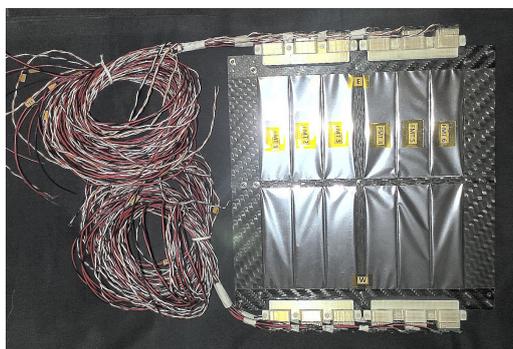


Figura 2.4: Piano di trigger.

Questo piano è adibito alla generazione del segnale di trigger e, come visto nel paragrafo precedente, all'eliminazione della indeterminazione sulla misura della coordinata y .

Inoltre è possibile sfruttare la segmentazione per escludere, eventualmente, i segnali prodotti in coincidenza da due lastre.

In questo caso, infatti, si avrebbe l'entrata nel calorimetro di più di una particella, situazione che non consente una corretta stima dell'energia.

Per la generazione del segnale di trigger questo piano viene letto in anticoincidenza con le pareti di veto e in coincidenza con almeno uno dei piani che vanno a costituire il calorimetro.

Le configurazioni utilizzate per generare il trigger prendono il nome di *maschere di trigger*. Nella descrizione di queste configurazioni, in seguito, il piano di trigger verrà indicato con la lettera T .

2.1.4 Calorimetro

Il calorimetro è costituito da 16 piani di scintillatore plastico EJ-200 delle dimensioni di $15\text{ cm} \times 15\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ e da 9 blocchi di LYSO che formano un ulteriore piano delle dimensioni di $15\text{ cm} \times 15\text{ cm} \times 4\text{ cm}$.

Ognuno dei 16 piani è collegato a due tubi fotomoltiplicatori Hamamatsu, modello R9880-210 [21][22].

Il calorimetro permette di misurare l'energia totale delle particelle incidenti. Il materiale di cui sono costituiti i piani di scintillatore, chiamato EJ-200, è caratterizzato da una grande lunghezza di attenuazione luminosa (380 cm), tempi di risposta brevi (0.9 ns), ed una efficienza di 10000 fotoni prodotti per ogni elettrone di 1 MeV assorbito. Il tempo di decadimento del segnale luminoso è di 2.1 ns [23].

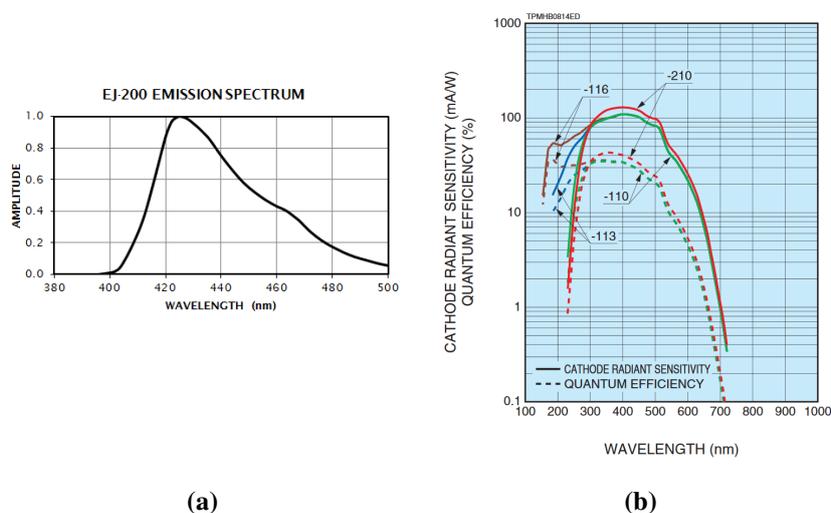


Figura 2.5: a) Spettro di emissione per lo scintillatore plastico EJ-200. b) Sensibilità dei fotomoltiplicatori Hamamatsu R9880-210.

Lo spettro di emissione dello scintillatore EJ-200 è mostrato in figura 2.5a. Come si può vedere la lunghezza d'onda alla quale si ha la massima emissione corrisponde a 425 nm, compatibile con la sensibilità dei fotomoltiplicatori R9880-210 (mostrata in figura 2.5b).

Ogni piano di scintillatore è rivestito con uno strato di mylar, materiale caratterizzato da un'alta riflettività (intorno al 98%), che consente di realizzare un ottimo isolamento ottico. In questo modo tutta la luce prodotta resta confinata all'interno del piano, aumentando la risoluzione in energia.

I blocchi di LYSO che costituiscono il fondo del calorimetro sono caratterizzati da una alta densità (circa 7.3 g/cm^3) e hanno dimensioni di $4.8 \text{ cm} \times 4.8 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$. L'alta densità del materiale fa sì che l'energia persa per unità di lunghezza sia nell'ordine delle decine di MeV/cm e questo, unito alle dimensioni maggiori rispetto ai piani di EJ-200, permette di estendere il range energetico di circa 40 MeV [24].

In figura 2.6a è mostrata una foto del piano di LYSO, mentre in figura 2.6b è mostrato l'intero calorimetro montato.

Il tempo di decadimento è di 40 ns, alto se confrontato con quello degli scintillatori plastici ma minore rispetto ad altri scintillatori inorganici. La resa in luce è molto alta, infatti possono essere prodotti circa 27600 fotoni per una particella incidente di 1 MeV.

I fotomoltiplicatori R9880-210, utilizzati per la lettura di tutti gli scintillatori, necessitano di una alimentazione che varia fra i 750 V ed i 900 V a seconda del guadagno scelto (in figura 2.7 è mostrato l'andamento del guadagno in funzione

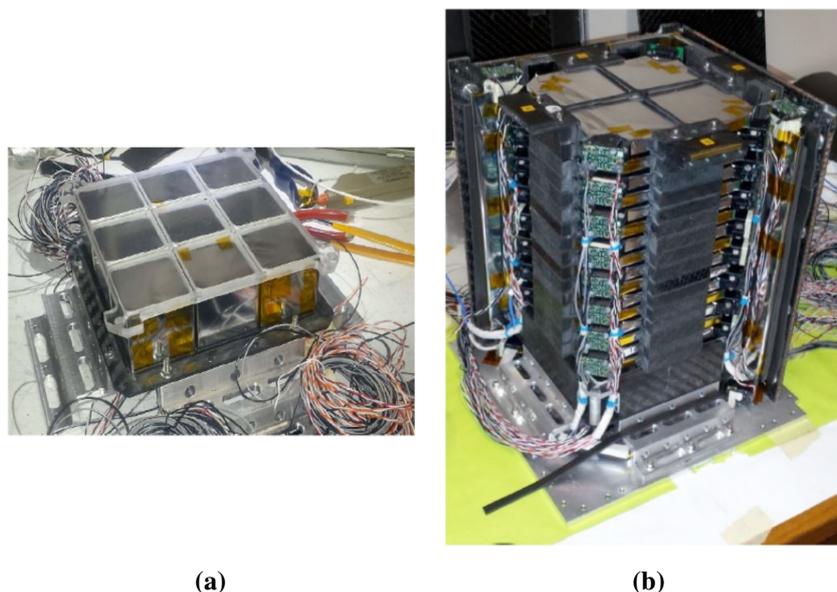


Figura 2.6: a) Piano costituito dai 9 blocchi di LYSO. b) Calorimetro.

della tensione di alimentazione).

Le dimensioni compatte di questi fototubi (12.4 mm di altezza per un diametro di 16 mm ed un'area sensibile di 8 mm) li rendono ideali per essere montati ai lati dei piani di scintillatore plastico, che verranno impilati uno sull'altro.

L'interfaccia fra fotomoltiplicatori e materiale scintillatore viene fatta tramite dei pad ottici.

2.1.5 Sistema di veto

Il sistema di veto è costituito da 5 piani di scintillatore EJ-200 che circondano il calorimetro. Lo scopo di questi è di generare segnali che verranno utilizzati per escludere eventi che non consentirebbero una corretta misura dell'energia delle particelle.

In particolare vengono esclusi:

- Eventi generati da particelle che entrano nel calorimetro ma fuoriescono dai lati o dal fondo;
- Eventi generati da particelle che entrano lateralmente nel calorimetro;
- Eventi generati dalla produzione di particelle secondarie all'interno del calorimetro.

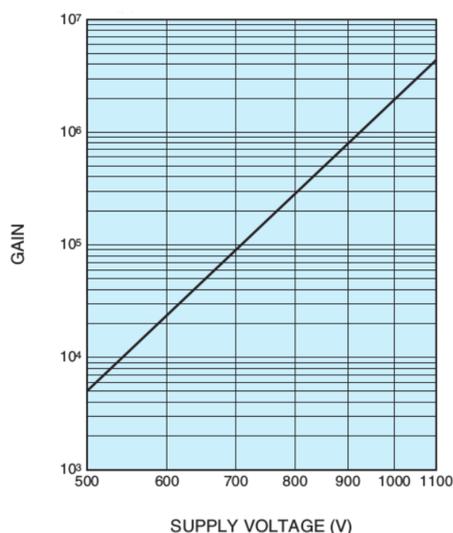


Figura 2.7: Curva di guadagno in funzione della tensione di alimentazione per i tubi fotomoltiplicatori Hamamatsu R9880-210.

2.1.6 Elettronica del HEPD

Il rivelatore HEPD è provvisto di una serie di schede elettroniche che consentono di gestire le tensioni di alimentazione, l'acquisizione e l'analisi dei segnali provenienti dai fototubi e dai rivelatori al silicio, e la trasmissione dei dati al satellite.

Essendo montate su di un satellite, in caso di guasto non è possibile la riparazione. È quindi necessario fornire tutte le schede di un sistema di ridondanza, realizzando due copie identiche del circuito sulla stessa scheda, in modo da assicurare il funzionamento del satellite anche nell'eventualità in cui uno dei due si danneggi.

Per limitare il consumo in potenza (è richiesto un consumo inferiore ai 43 W) le due copie non funzionano contemporaneamente ma si mantiene attiva solo una delle due (chiamata *HOT side*) mentre l'altra (chiamata invece *COLD side*) viene attivata solo in caso di necessità.

In questo modo è possibile garantire il funzionamento per i 5 anni di durata della missione CSES-Limadou.

L'elettronica del rivelatore HEPD consiste nelle seguenti schede:

- La *Power control board*, che si occupa della gestione delle tensioni per i componenti digitali montati sul rivelatore;
- La *High-Voltage board* che invece si occupa di gestire le tensioni dei rivelatori al silicio e dei tubi fotomoltiplicatori;

- La scheda che gestisce i segnali provenienti dai fotomoltiplicatori e produce i segnali di trigger, chiamata *Trigger board*;
- La scheda che acquisisce i segnali provenienti dai VLSI collegati ai rivelatori al silicio e che permette la comunicazione dei dati al satellite tramite interfaccia RS-422, chiamata *Data Acquisition board*;
- La *CPU Board* che consente di controllare lo stato del rivelatore, gestisce le altre schede e comunica con il computer di bordo del satellite tramite CAN bus.

Nel prossimo capitolo verrà descritta nel dettaglio la trigger board che verrà utilizzata nel calorimetro HEPD-02 e le migliorie apportate rispetto alla versione precedente.

2.1.7 Dati di volo

Il satellite CSES-01 è stato attivato il 6 Febbraio del 2018, quattro giorni dopo il lancio.

All'attivazione è seguito un periodo di calibrazione e di test durato fino a Luglio 2018, in cui sono stati cambiati un certo numero di parametri per individuare le migliori condizioni di funzionamento del rivelatore in funzione della posizione nell'orbita.

In figura 2.8a è mostrata una mappa della frequenza degli eventi di trigger conteggiati nel periodo che va dal 14 Maggio 2018 all'11 Luglio 2018, usando come maschera di trigger l'AND logico del segnale prodotto dal piano di trigger T e quelli dei primi tre piani del calorimetro (indicati con P1, P2 e P3), ovvero $T \cdot P1 \cdot P2$.

È possibile riconoscere, nella regione compresa fra -100° e 0° di longitudine e fra -60° e 0° di latitudine, l'*Anomalia Sud Atlantica*.

In questa regione si ha un consistente aumento del numero di eventi di trigger, dovuto alla maggiore vicinanza della fascia di van Allen più interna alla superficie terrestre. Questa vicinanza è una conseguenza del fatto che l'asse magnetico e quello di rotazione non sono centrati nello stesso punto [25].

Si può inoltre osservare che nelle regioni polari il rate di trigger è maggiore rispetto a quello di latitudini più basse. Infatti i raggi cosmici che riescono a penetrare nella magnetosfera, seguendo le linee di campo magnetico, vengono deviati verso i due poli.

Al variare delle maschere di trigger è possibile selezionare il range energetico delle particelle.

Ad esempio nelle figure 2.8b, 2.9a e 2.9b si può vedere come selezionando come maschera di trigger il solo piano T si vanno a conteggiare le particelle meno energetiche, mentre applicando maschere più restrittive (come la maschera $T \cdot P1$

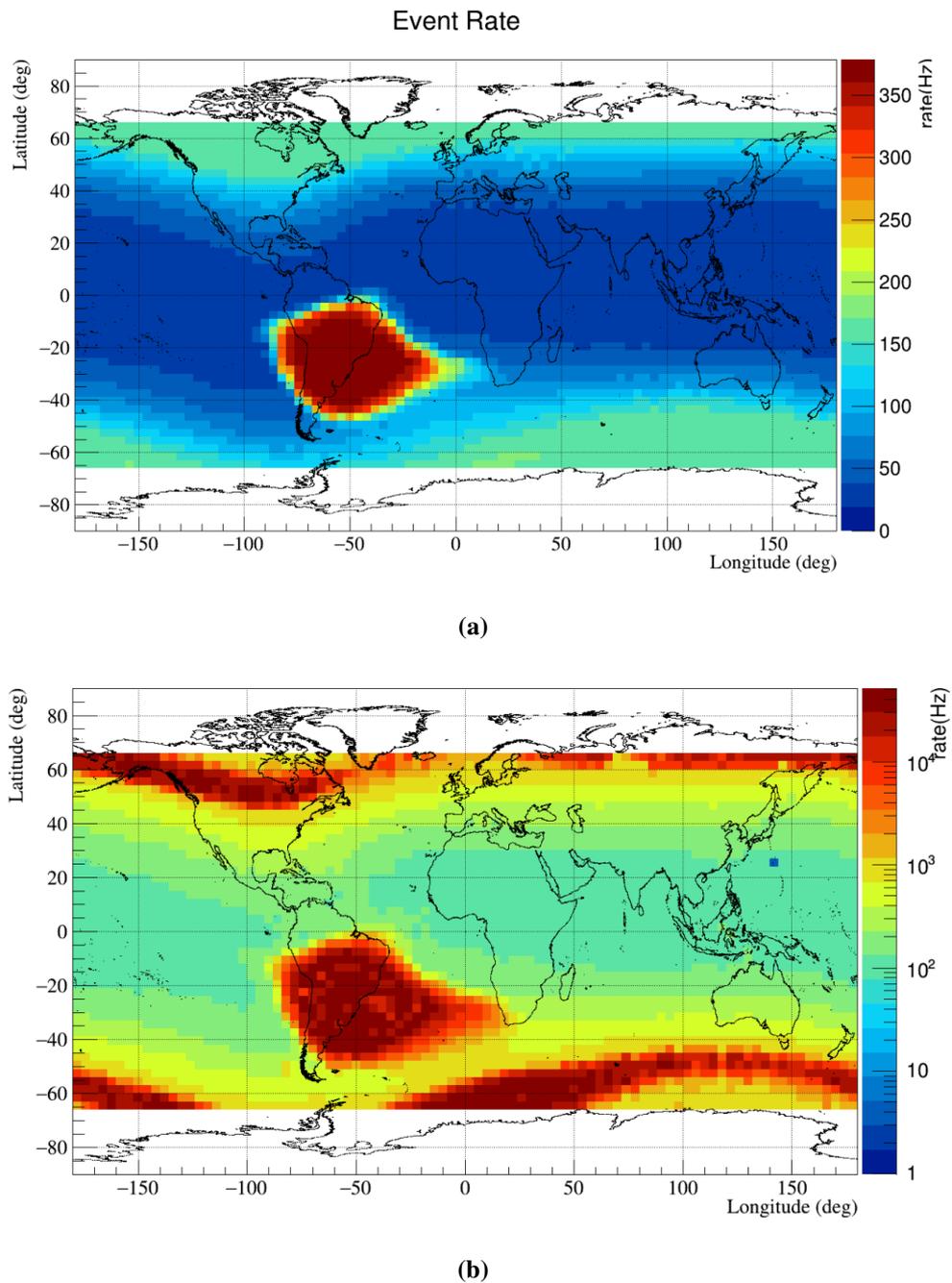
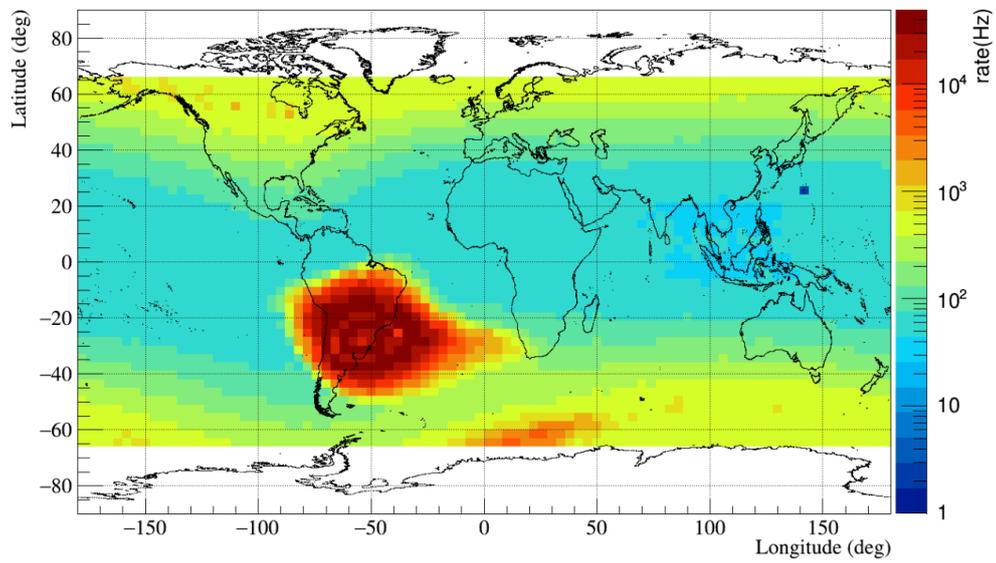
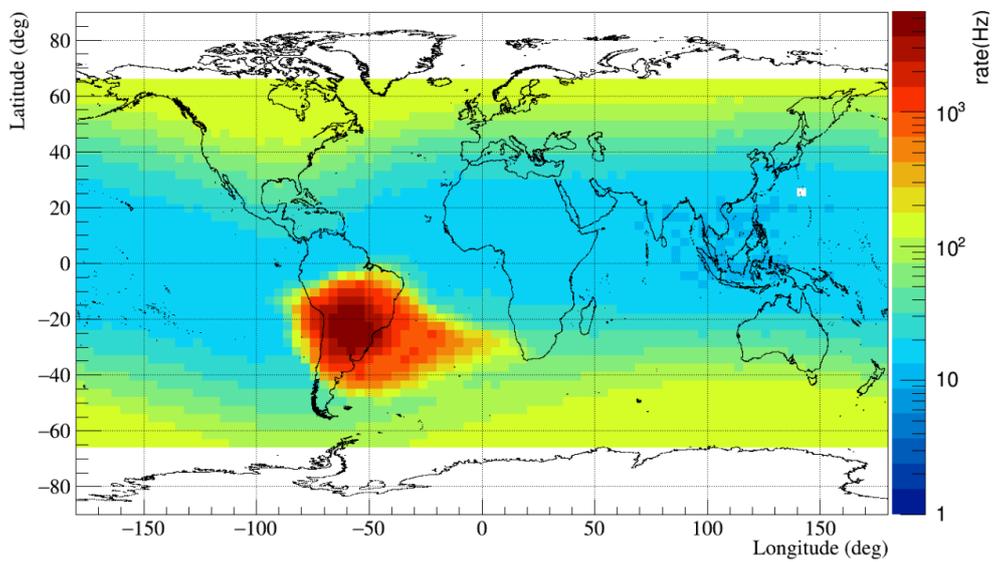


Figura 2.8: a) Mappa della frequenza di trigger nel periodo Maggio-Luglio 2018 applicando la maschera $T \cdot P1 \cdot P2$. b) Mappa della frequenza di trigger utilizzando il solo piano T .



(a)



(b)

Figura 2.9: a) Mappa della frequenza di trigger applicando la maschera di trigger $T \cdot P1$.
b) Mappa della frequenza di trigger applicando la maschera $T \cdot (P1 + P2) \cdot (P15 + P16)$.

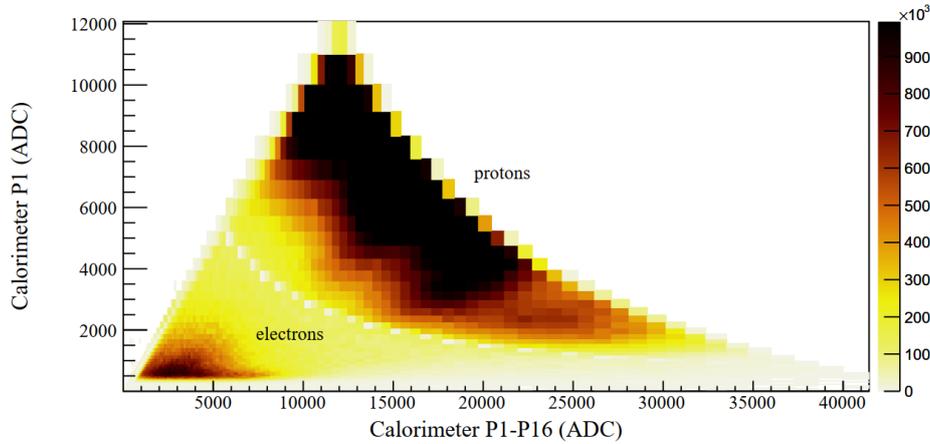


Figura 2.10: Discriminazione fra elettroni e protoni tramite dati di volo, confrontando l'energia persa nel primo piano del calorimetro (P1) con l'energia persa in tutto il calorimetro.

oppure $T \cdot (P1 + P2) \cdot (P15 + P16)$ ci si può restringere a particelle con range energetici più ampi. Ad esempio l'applicazione della maschera $T \cdot (P1 + P2) \cdot (P15 + P16)$ fa sì che solo particelle che possono raggiungere il piano P15 o il piano P16 facciano partire l'acquisizione.

Infine in figura 2.10 è mostrato il grafico dell'energia persa nel primo piano del calorimetro rispetto all'energia totale della particella.

Come si può vedere il grafico è compatibile con quello ottenuto tramite simulazione e mostrato in figura 2.3 e consente quindi di distinguere le particelle che entrano nel HEPD [26].

2.2 HEPD-02

Il rivelatore HEPD-02 è simile al HEPD-01 per quanto riguarda le dimensioni e la struttura.

Le modifiche apportate riguardano: il numero di piani del calorimetro che passano da 16 a 12, il piano di tracking e quello di trigger che sono stati completamente ridisegnati e la trigger board.

Per quel che riguarda il piano di tracking, è stato modificato in modo da utilizzare dei sensori CMOS chiamati ALPIDE, utilizzati anche nell'esperimento ALICE del LHC.

Il piano di trigger, invece, verrà realizzato tramite due piani di scintillatori di EJ-200, ognuno dei quali segmentati in cinque lastre delle dimensioni di $20 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} \times 0.3 \text{ cm}$ (quindi più strette e più sottili di quelle utilizzati in HEPD-01).

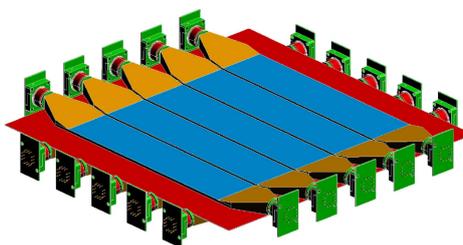


Figura 2.11: Rappresentazione del piano di trigger che verrà realizzato per il rivelatore HEPD-02.

I due piani sono disposti in modo tale da rendere le lastre di uno ortogonali a quelle dell'altro, come mostrato in figura 2.11.

In questo modo sarà possibile migliorare la misura della perdita di energia per unità di lunghezza e fornire quindi una distinzione più accurata del tipo di particella entrata nel calorimetro.

Inoltre la segmentazione e la disposizione ortogonale delle lastre, permette di avere un sistema di validazione delle misure del tracker più accurato rispetto a quello previsto nel HEPD-01.

Infine la Trigger board utilizzerà dei nuovi integrati, chiamati *CITIROC* e realizzati dalla Weeroc, per il read-out dei fotomoltiplicatori ed una FPGA prodotta dalla Xilinx per gestire l'intero sistema e per l'acquisizione dei dati.

Per la comunicazione con il satellite verrà utilizzato il protocollo *SpaceWire Lite*.

Il prossimo capitolo sarà dedicato interamente alla descrizione dell'architettura della Trigger Board dello HEPD-02 e degli integrati (*CITIROC* ed FPGA) utilizzati.

Capitolo 3

Descrizione della scheda di front-end del rivelatore HEPD-02

In questo capitolo verrà descritto il modello di test della scheda di front-end del calorimetro, chiamata *Trigger Board*, che verrà montata sul satellite CSES-02 e sul quale sono state effettuate tutte le misure relative all'attività di laboratorio svolta per questa tesi.

3.1 Descrizione generale

La Trigger Board è adibita all'acquisizione e gestione dei segnali prodotti dai tubi fotomoltiplicatori presenti nel calorimetro HEPD-02 ed alla generazione dei segnali di trigger per l'intero apparato.

A tale scopo è provvista dei seguenti componenti:

- Due circuiti integrati, chiamati CITIROC, che consentono il read-out dei fototubi;
- Due convertitori ADC per la lettura dei segnali prodotti dai CITIROC;
- Una FPGA ProASIC3E, prodotta dalla Microsemi, che gestisce la logica di trigger e la lettura degli ADC e consente la ricezione di comandi e la trasmissione dei dati con il computer utilizzato per l'analisi.

La comunicazione con il PC viene realizzata tramite i protocolli UART e SpaceWire Lite.

Nella FPGA è inoltre implementato un modulo UART per trasmettere via seriale le letture degli ADC ad un computer.

In figura 3.1 è mostrata una foto della Trigger Board sulla quale sono state effettuate le misure, in figura 3.2 è mostrata una rappresentazione schematica degli elementi che compongono la scheda e delle interconnessioni fra questi.

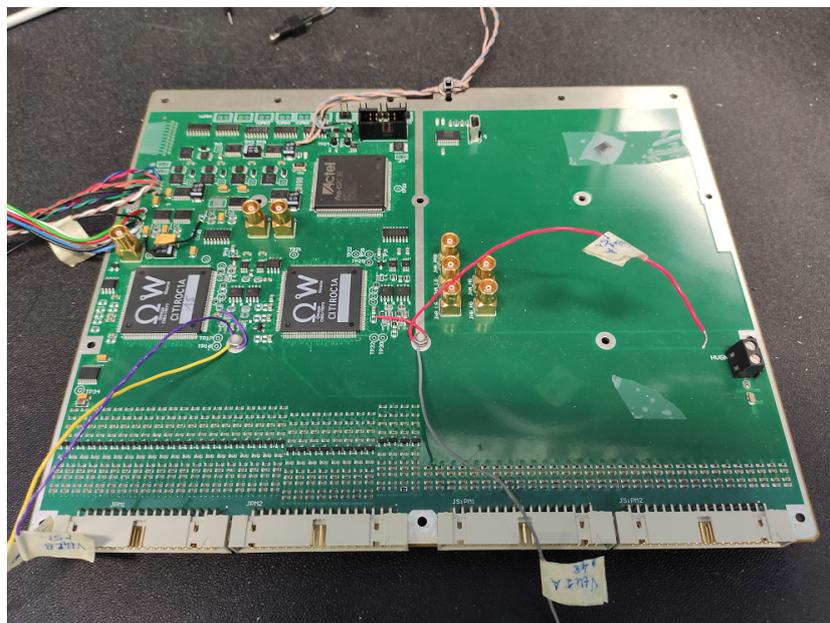


Figura 3.1: Modello di test della Trigger Board per HEPD-02.

Il modello di test della trigger board non prevede la ridondanza Hot/Cold descritta nel paragrafo 2.1.6 e infatti dall'immagine 3.1 si può osservare che è presente una sola FPGA e due soli CITIROC.

La scheda utilizza due alimentazioni:

- Una a 3.5 V, alla quale sono collegati i CITIROC, gli ADC, la FPGA e gli operazionali;
- Una a 5.6 V che viene utilizzata solo dai CITIROC.

La scheda è provvista di 64 canali collegati ad altrettanti stadi di ingresso. Gli stadi di ingresso sono diversi per i due CITIROC e verranno descritti dettagliatamente nel prossimo paragrafo.

Le uscite di questi stadi sono poi collegate agli ingressi dei CITIROC che si occupano di integrare il segnale in corrente proveniente dai fotomoltiplicatori, amplificarlo e formarlo.

Quando un segnale supera un certo valore di soglia su uno degli ingressi, il CITIROC è in grado di produrre dei segnali di trigger individuali per ogni canale ed un segnale che viene generato tramite l'OR logico dei trigger di singolo canale. Questi segnali sono indicati in figura 3.2 con i nomi di $T(0-31)$ e $OR32$.

Inoltre il firmware della FPGA è configurato per generare un trigger globale in corrispondenza di eventi che rispettino le maschere di trigger. Questo segnale è indicato, nello schema, con il nome di *ExtTrg*.

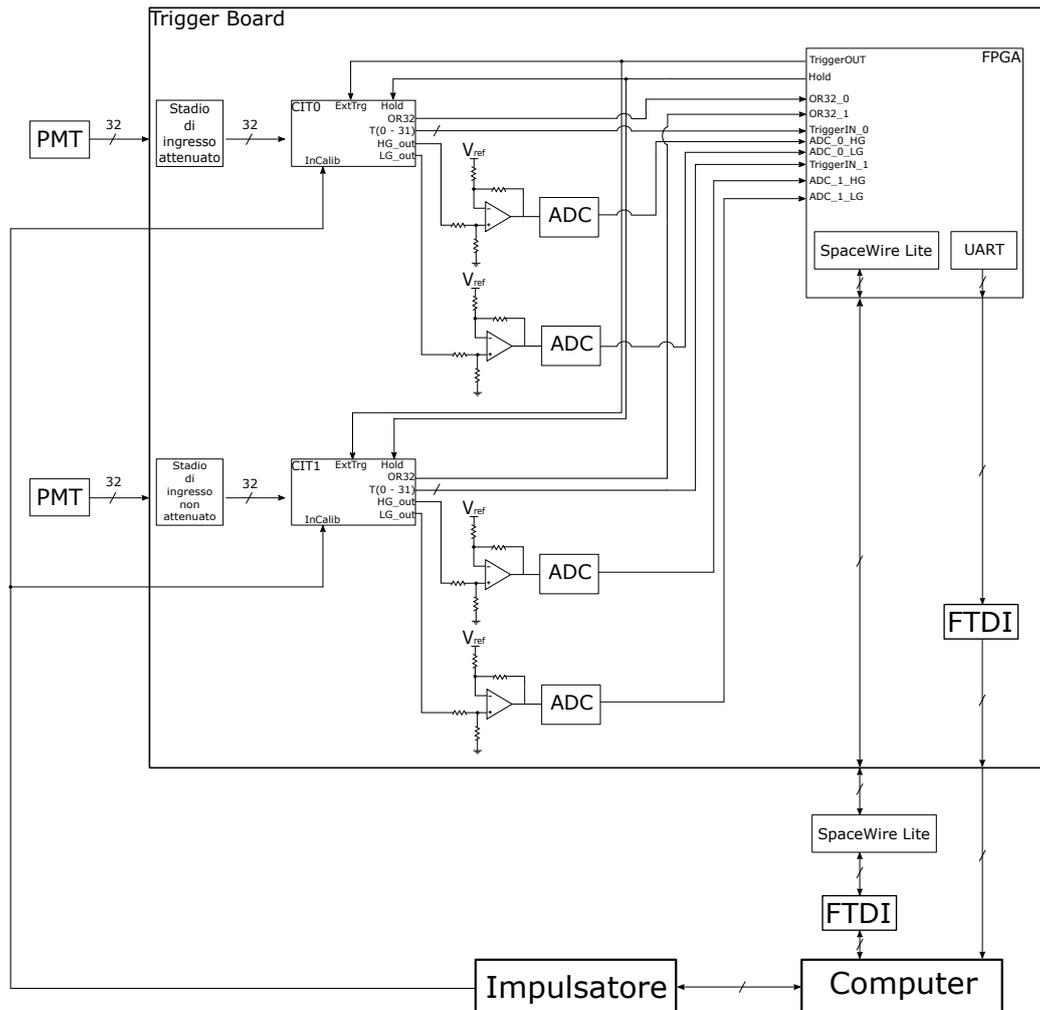


Figura 3.2: Rappresentazione schematica degli elementi della Trigger Board e dei rispettivi collegamenti.

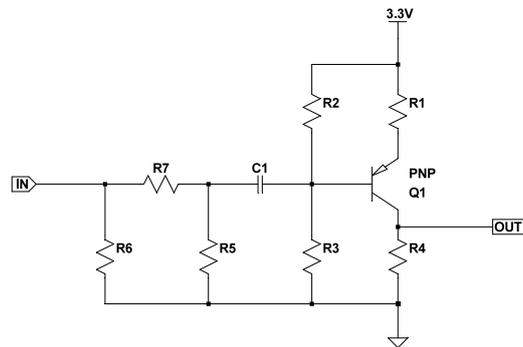


Figura 3.3: Schema circuitale dello stadio di attenuazione presente su ogni ingresso del CITIROC 0.

Per generare questo segnale, è necessario valutare i 64 trigger di singolo canale ed applicare la logica combinatoria opportuna. Questa logica viene implementata nella FPGA e permette di selezionare 8 maschere di trigger preimpostate oppure di realizzarne una generica, selezionando i singoli canali.

Il trigger generato in questo modo dalla FPGA viene utilizzato dal CITIROC per far partire l'acquisizione dei segnali in ingresso. Per la successiva lettura dei segnali prodotti dal CITIROC viene utilizzato un altro segnale chiamato *Hold*.

Quando i CITIROC ricevono il segnale di Hold dalla FPGA il valore in tensione viene conservato in alcune capacità tramite un circuito di Sample & Hold.

I valori conservati nelle capacità sono riportati in uscita tramite un multiplexer.

Successivamente i quattro segnali in uscita dai CITIROC, indicati nello schema con i nomi *HG_out* e *LG_out*, sono collegati a quattro operazionali che si occupano di sottrarre un valore di tensione costante (V_{ref}) ed amplificarli per poterli adattare alla dinamica di ingresso degli ADC.

Infine gli ADC vengono letti dalla FPGA che, una volta raccolti tutti i dati, li invia sulla seriale.

Il modulo SpaceWire Lite fornisce un'interfaccia per la modifica dei parametri di configurazione dei CITIROC, per la selezione delle maschere di trigger, per la lettura del rate degli eventi di trigger e per l'invio di comandi alla scheda.

Nei prossimi paragrafi verrà fornita una descrizione più dettagliata di ognuno dei componenti appena descritti.

3.2 Stadio di ingresso

Gli stadi di ingresso sono diversi per i due CITIROC. Quello relativo al CITIROC indicato con la sigla CIT0 è uno stadio con attenuazione attiva realizzata tramite il circuito di figura 3.3 che viene replicato per ognuno dei 32 ingressi.

L'attenuazione in ingresso si rende necessaria in quanto i segnali prodotti dai fotomoltiplicatori hanno ampiezze relativamente alte (circa 300 mV) e vengono inoltre amplificati dai CITIROC. Questo può andare a ridurre il range di tensioni prodotte e, in ultima analisi, la risoluzione in energia delle particelle incidenti.

Il circuito in questione si occupa inoltre di invertire i segnali provenienti dai tubi fotomoltiplicatori. I CITIROC infatti sono progettati per il read-out di segnali provenienti da SiPM e quindi richiede in ingresso segnali positivi. I tubi fotomoltiplicatori invece producono tipicamente segnali negativi se prelevati dall'anodo.

Il fattore di attenuazione della scheda di test utilizzata è pari a circa 30.

Lo stadio di ingresso del CITIROC indicato con CIT1, invece, non presenta attenuazione ma è realizzato tramite un carico resistivo, per adattare l'impedenza di cavi coassiali che collegano gli ingressi della scheda ai fotomoltiplicatori.

Sulla scheda che verrà montata nel satellite CSES-02 lo stadio di ingresso non sarà realizzato con attenuazione attiva ma con un partitore resistivo. Questo per ridurre il consumo in potenza e l'eventuale rumore dovuto alla presenza di uno stadio aggiuntivo di elettronica.

In assenza di questo stadio, i segnali dei fototubi non sono invertiti. Si è scelto pertanto di prelevarli non più dall'anodo ma dall'ultimo dinodo, in modo da ottenere anche una riduzione del rumore.

3.3 CITIROC-1A

Il CITIROC è il circuito integrato, prodotto dalla Weeroc, adibito alla acquisizione, amplificazione e formazione dei segnali provenienti dai fotomoltiplicatori [27].

Lo schema circuitale del CITIROC è riportato in figura 3.4. Essendo progettato per l'uso con SiPM, in ingresso ad ogni canale sono presenti dei DAC per poter regolare la tensione di bias. Questi DAC possono essere disabilitati singolarmente tramite opportuni bit di configurazione.

Il segnale in ingresso viene collegato a due preamplificatori a guadagno variabile che integrano il segnale in corrente proveniente dai fotomoltiplicatori. Il guadagno può essere configurato tramite 6 bit di configurazione.

In figura 3.5 è mostrato lo schema circuitale dei due preamplificatori. Il guadagno è determinato dal rapporto fra capacità in ingresso e capacità di feedback di ognuno.

Il valore delle capacità di feedback può variare fra 25 fF e 1575 fF a passi di 25 fF, mentre quelle in ingresso valgono 15 pF per un preamplificatore e 1.5 pF per l'altro.

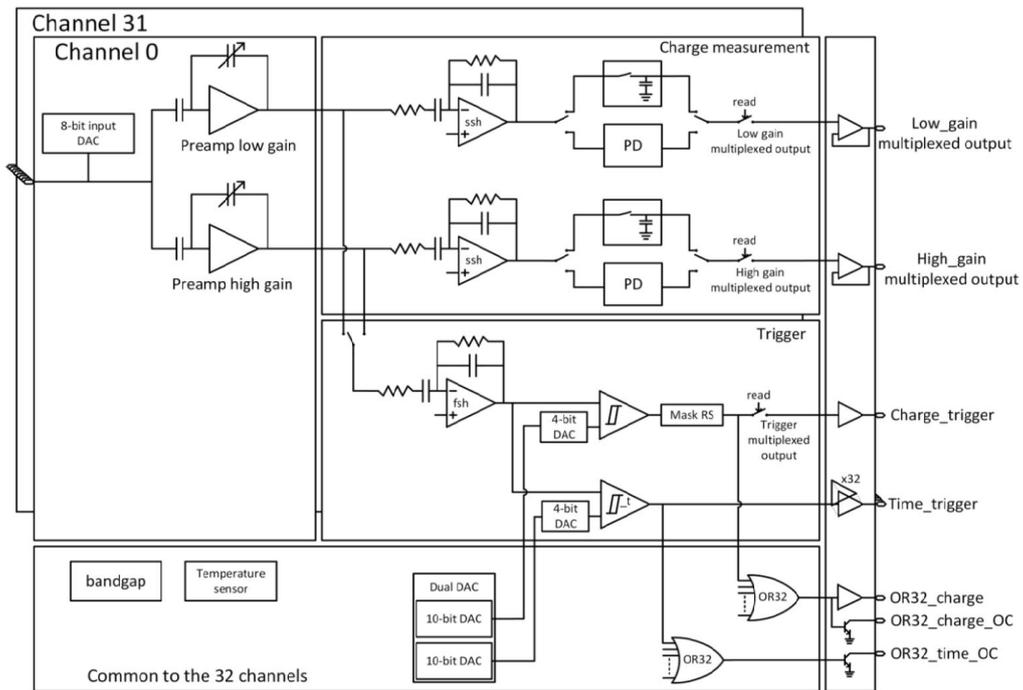


Figura 3.4: Schema circuitale del CITIROC-1A.

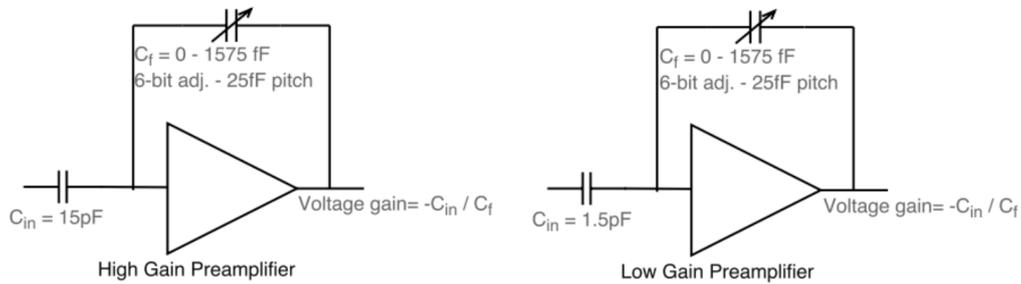


Figura 3.5: Schema circuitale dei preamplificatori di ingresso.

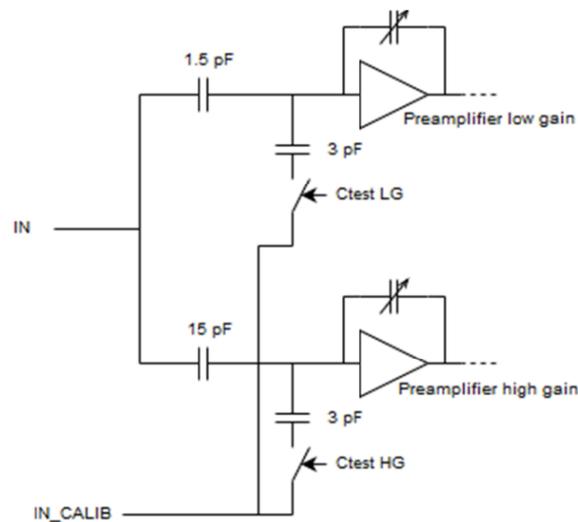


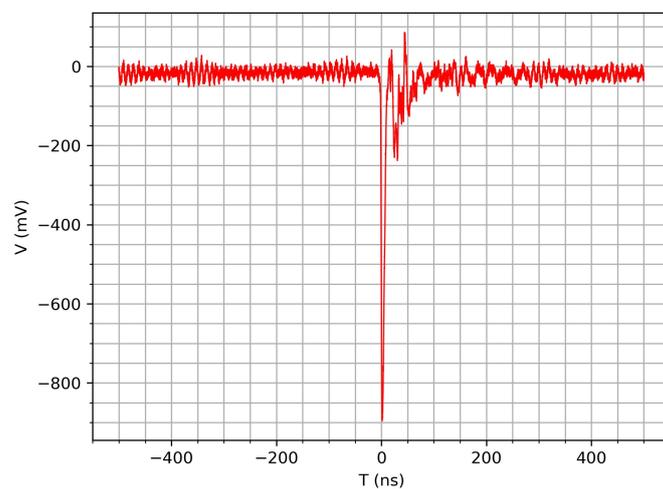
Figura 3.6: Ingressi di calibrazione per le due linee di guadagno.

In questo modo è possibile realizzare due linee di guadagno: la linea High Gain, caratterizzata da un guadagno minimo di 9.5 ed uno massimo pari a 600, e la linea Low Gain con guadagno minimo pari a 0.95 e guadagno massimo di 60.

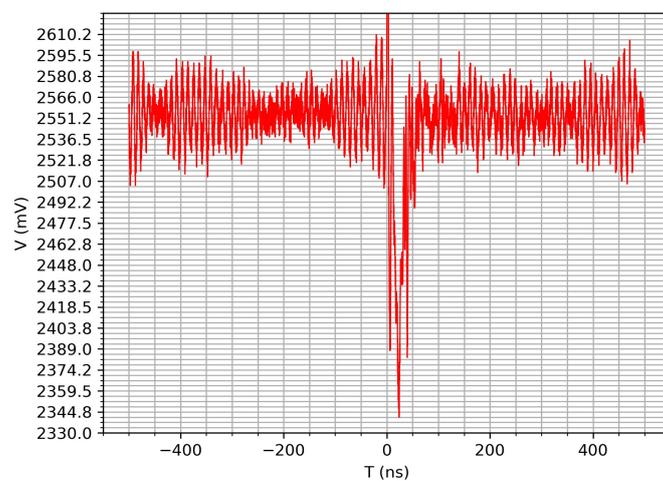
I CITIROC prevedono inoltre un ingresso di calibrazione che può essere abilitato tramite i bit di configurazione.

Questi ingressi presentano una capacità di 3 pF in ingresso su entrambe le linee (vedi figura 3.6), limitando l'intervallo di variazione del guadagno fra 1.9 e 120.

In figura 3.7 è possibile vedere alcuni segnali acquisiti con l'oscilloscopio che mostrano i tipici segnali prodotti dai tubi fotomoltiplicatori e quelli in uscita dal preamplificatore High Gain, impostando un guadagno di 9.5.



(a)



(b)

Figura 3.7: Acquisizioni all'oscilloscopio: a) segnale prodotto da un tubo fotomoltiplicatore alimentato a 950 V, b) segnale in uscita dal preamplificatore High Gain impostato con un guadagno pari a 9.5.

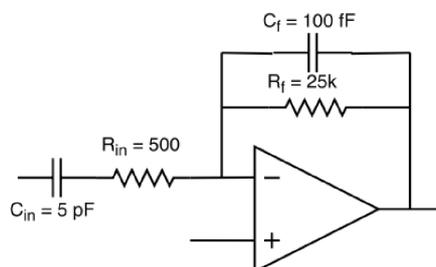


Figura 3.8: Schema circuitale del fast shaper.

3.3.1 Generazione dei segnali di trigger

I segnali prodotti dai preamplificatori vengono collegati ad un fast shaper, il cui schema circuitale è mostrato in figura 3.8 e che si occupa di generare i segnali di trigger. È dimensionato in modo da ottenere un tempo di formazione di 15 ns.

È possibile configurare l'ingresso del fast shaper scegliendo se utilizzare il segnale prodotto dal preamplificatore High Gain o quello Low Gain.

Il segnale prodotto dal fast shaper è collegato a due discriminatori che consentono di generare dei segnali di trigger digitali. Le soglie dei due discriminatori possono essere regolate tramite due DAC a 10 bit. Altri due DAC a 4 bit consentono la regolazione fine della soglia.

Uno dei due discriminatori ha l'uscita collegata ad un latch SR. Le uscite dei latch di ogni canale sono portate in uscita tramite multiplexer.

L'altro discriminatore invece non possiede latch ed è possibile leggerne le uscite, per ogni canale, tramite opportuni pin del CITIROC (che corrispondono alle uscite $T(0-31)$ di figura 3.2).

Sono proprio questi 32 segnali che vengono utilizzati per generare il trigger.

Le uscite dei 32 discriminatori sono collegate ad una porta OR che genera il segnale chiamato $OR32$, utilizzato per indicare la presenza di segnale su uno qualunque degli ingressi.

3.3.2 Misura di carica

I preamplificatori collegati agli ingressi producono un segnale in tensione il cui picco è proporzionale alla carica raccolta dai fotomoltiplicatori.

Le uscite dei due preamplificatori, oltre che al Fast Shaper, sono collegate anche a due Slow Shaper con tempo di formazione del segnale variabile tramite 3 bit di configurazione. Lo schema circuitale di tali shaper è mostrato in figura 3.9

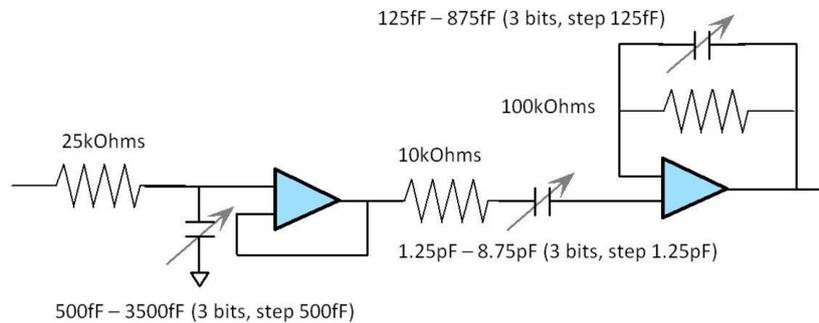


Figura 3.9: Schema circuitale degli slow shaper.

Successivamente i segnali formati dagli slow shaper vanno ad un circuito che consente di memorizzare il valore di tensione del picco. Questo viene fatto grazie al circuito mostrato nella sezione *Charge measurement* di figura 3.4.

È possibile scegliere di utilizzare un circuito di Track and Hold oppure un Peak Detector.

Nel primo caso l'uscita dello shaper viene immagazzinata in una capacità quando viene ricevuto un segnale di hold. Per tutta la durata di questo segnale la capacità è scollegata dallo slow shaper e il valore immagazzinato non subisce variazioni, in modo da permetterne la lettura.

Lo svantaggio di questo sistema è dovuto al fatto che il segnale di hold deve essere inviato esattamente in corrispondenza del picco dello shaper per ottenere una lettura corretta.

Per superare questo problema è possibile utilizzare il Peak Detector, un circuito che individua autonomamente il picco del segnale in ingresso.

Questa modalità di acquisizione era assente negli EASIROC utilizzati in HEPD-01 e la scelta di usare i CITIROC per il nuovo calorimetro prende in considerazione anche i vantaggi che può portare rispetto all'uso del Track & Hold.

Un confronto fra le due modalità verrà mostrato nel paragrafo 4.3.

In figura 3.10 sono mostrati il segnale in ingresso alla Trigger Board, il segnale di trigger generato dalla FPGA e quello prodotto dallo slow shaper. Come si può vedere il segnale di trigger è generato circa 50 ns prima del picco dello shaper. In questo modo la FPGA ha il tempo di generare il segnale di hold in corrispondenza del picco.

Come si vedrà nel paragrafo 3.5 il ritardo con il quale viene generato il segnale di hold è regolabile tramite 4 bit di configurazione.

In figura 3.11 sono mostrati il segnale di trigger, quello di hold e quello prodotto dallo shaper, impostando il ritardo del segnale di hold in modo da farlo corrispondere al picco dello shaper.

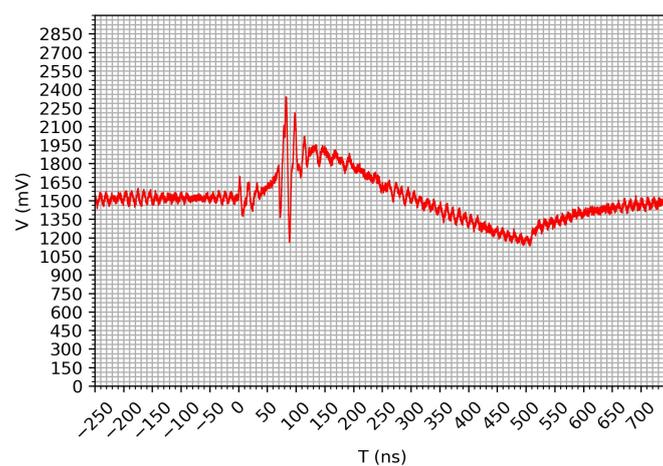
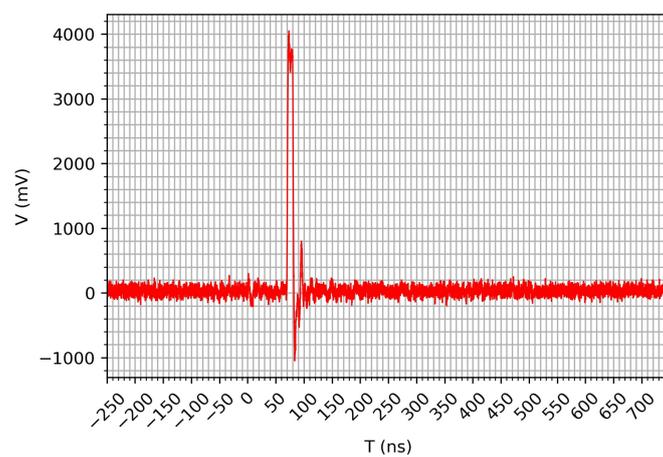
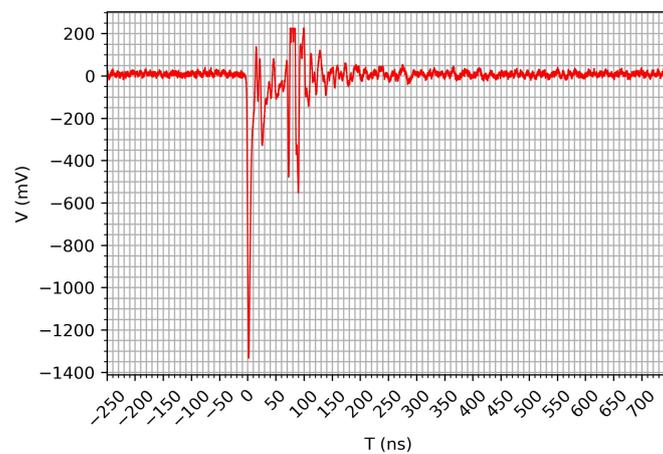
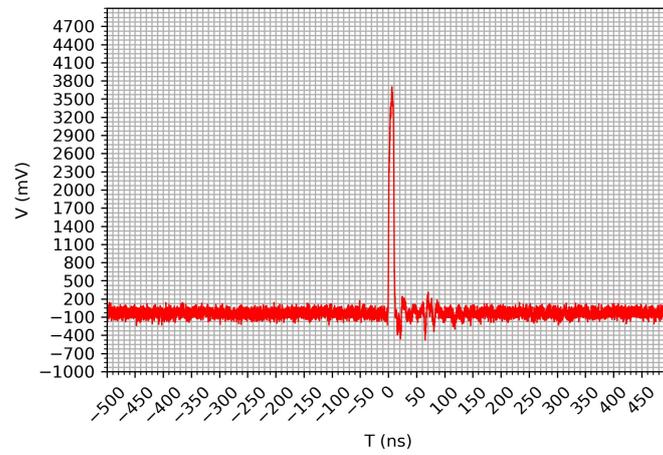
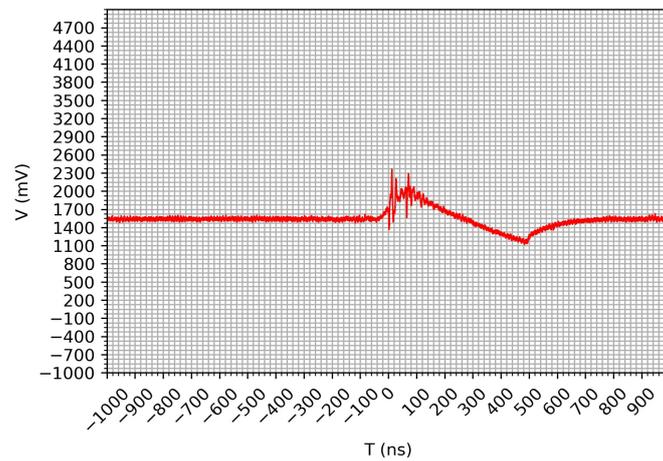


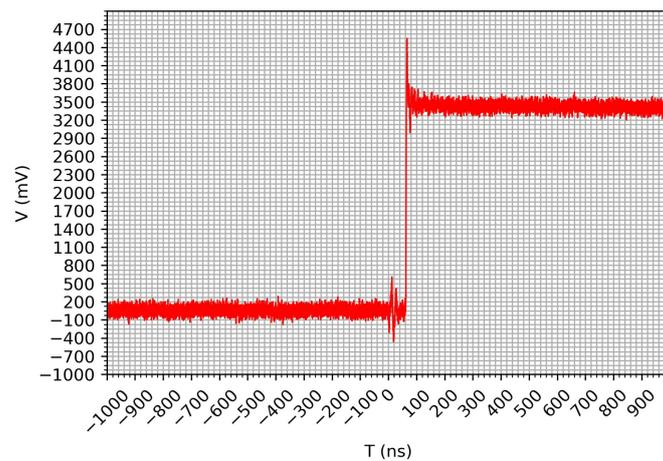
Figura 3.10: Segnali acquisiti dall'oscilloscopio: a) Segnale prodotto dal tubo fotomoltiplicatore, b) Segnale di trigger prodotto dalla FPGA, c) Segnale prodotto dallo Slow Shaper.



(a)



(b)



(c)

Figura 3.11: Segnali acquisiti all'oscilloscopio: a) Segnale di trigger prodotto dalla FPGA, b) Segnale prodotto dallo Slow Shaper, c) Segnale di hold.

I valori in tensione, memorizzati dal CITIROC per ogni canale, possono essere letti sequenzialmente tramite un multiplexer e vengono portati in ingresso a 4 ADC, due per ogni CITIROC, uno per la linea High Gain e l'altro per la linea Low Gain.

Le uscite del CITIROC presentano però una componente continua di circa 1.5 V, dato che durante la lettura vengono portate in alta impedenza per consentire di collegare insieme le uscite di più CITIROC e leggerle sequenzialmente.

È necessario perciò sottrarre questa componente ed eventualmente amplificare il segnale per poterlo adattare alla dinamica degli ADC utilizzati.

Questa operazione viene effettuata tramite gli operazionali che si possono vedere in figura 3.2.

In figura 3.12 sono mostrati il segnale prelevato dall'uscita High Gain del CITIROC e quello prodotto dall'operazionale.

3.4 ADC

Gli ADC utilizzati sulla Trigger Board sono prodotti dalla Analog Devices, modello AD7274 [28].

L'architettura di funzionamento è ad approssimazioni successive e consentono la conversione del segnale analogico in uno digitale a 12 bit. Lavorano con una frequenza di clock di 24 MHz, generata dalla FPGA.

I conteggi ADC convertiti vengono inviati alla FPGA in maniera sequenziale, inviando ad ogni fronte di salita del clock due bit di start seguiti dai 12 bit di conversione.

In questo modo una singola conversione dura circa $0.58 \mu\text{s}$ (cioè $14 \cdot T_{clk} = 14 \cdot 41.67 \text{ ns}$).

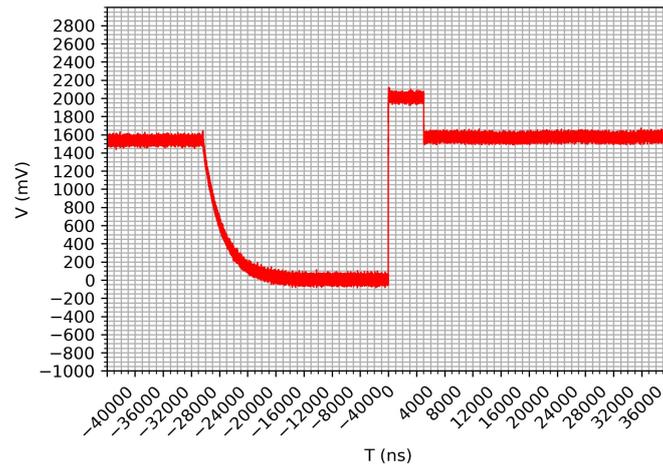
Nel paragrafo 4.4 saranno mostrati i conteggi ADC acquisiti impulsando l'ingresso di calibrazione del CITIROC con impulsi di ampiezza e durata variabili.

3.5 FPGA

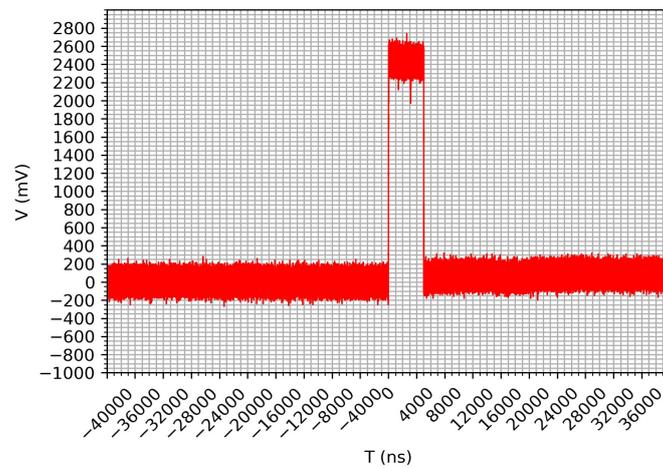
La FPGA montata sulla Trigger Board è una ProASIC3E, modello A3PE1500, prodotta dalla Microsemi [29].

Lavora ad una frequenza di 48 MHz e genera, tramite una PLL ed una macchina a stati, altri tre segnali di clock a 96 MHz, 24 MHz e 200 kHz.

Il clock a 96 MHz è utilizzato per la logica di generazione del segnale di trigger e di hold. Infatti per poter regolare il ritardo di quest'ultimo ed assicurare che arrivi in corrispondenza del picco dello slow shaper, è necessario utilizzare un



(a)



(b)

Figura 3.12: Segnali acquisiti all'oscilloscopio: a) Uscita High Gain del CITIROC b) Uscita dell'operazionale.

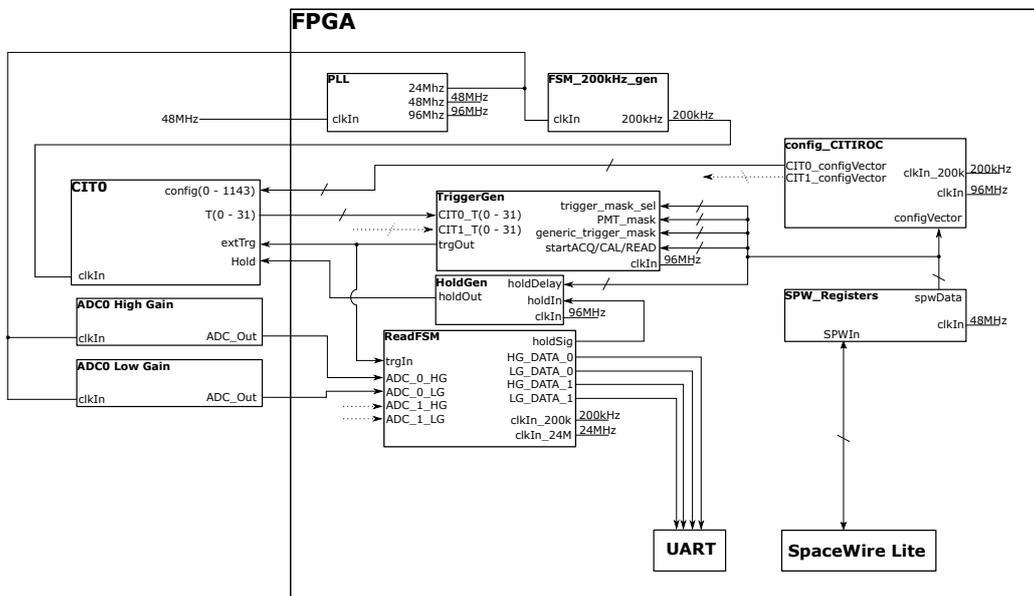


Figura 3.13: Schema a blocchi della FPGA.

periodo di clock di circa 10 ns in modo che possa essere generato prima possibile per poi regolarne la posizione con una risoluzione temporale sufficientemente fine.

Quello a 24 MHz viene utilizzato dai quattro ADC per la conversione dei segnali prodotti dai CITIROC.

Il clock a 200 kHz, infine, viene utilizzato dai due CITIROC per portare sulle uscite High Gain e Low Gain, i valori di tensione acquisiti da ogni canale. Ad ogni fronte di salita del clock le uscite presentano le tensioni di un canale diverso.

Questo clock è l'unico a non essere generato dalla PLL, ma da una macchina a stati, poichè la frequenza minima di clock che può essere generata dalla PLL è di 750 kHz.

La FPGA è stata configurata adattando il firmware utilizzato per la versione montata sul HEPD-01.

Lo schema a blocchi di tale firmware è mostrato in figura 3.13. Per chiarezza è mostrato il solo CITIROC 0 e gli ADC che convertono le sue uscite High Gain e Low Gain. Le connessioni che vanno al CITIROC 1 sono rappresentate da linee tratteggiate.

Come si può vedere, nella FPGA sono istanziati due moduli chiamati *TriggerGen* e *HoldGen* che si occupano di generare i segnali di trigger globale per i due CITIROC e il segnale di hold.

Gli schemi a blocchi di questi due moduli sono mostrati nelle figure 3.14 e 3.15 e verranno descritti nel dettaglio nei paragrafi successivi.

Il modulo *SPW_Registers* contiene i registri di slow control che vengono letti e

scritti tramite protocollo SpaceWire. Tramite questi registri è possibile modificare la configurazione dei CITIROC, inviare i comandi per far partire l'acquisizione dei conteggi ADC, modificare le maschere di trigger ed il ritardo del segnale di hold.

3.5.1 Lettura dei conteggi ADC

Per la lettura dei conteggi ADC è istanziato un modulo chiamato *ReadFSM* che si occupa di conservare in quattro registri i conteggi ADC delle linee High Gain e Low Gain dei due CITIROC.

Dato che vengono utilizzati 12 bit per convertire le tensioni lette da ognuno dei 32 canali, questi registri devono essere grandi $12 \times 32 = 384$ bit.

Per la lettura dei canali vengono utilizzati i segnali di clock a 200 kHz e 24 MHz. Ad ogni fronte di salita del clock a 200 kHz viene avviata la conversione ADC del singolo canale e ad ogni fronte di salita del clock a 24 MHz viene letto il valore proveniente dall'uscita seriale dell'ADC.

Conclusasi la conversione, il valore letto dall'ADC viene conservato in memoria e, tramite una macchina a stati, viene incrementato l'indirizzo del registro e viene acquisita la conversione del canale successivo.

3.5.2 Generazione del segnale di trigger esterno

In figura 3.14 è mostrato lo schema a blocchi del modulo *TriggerGen*, adibito alla generazione del segnale di trigger esterno.

Questo segnale viene generato a partire dai 64 trigger di singolo canale prodotti dai due CITIROC. Come si può vedere dall'immagine, i 64 trigger entrano ognuno negli ingressi di altrettanti moduli, (indicati in figura con i nomi *SincronizzatoreN* con N che va da 0 fino a 63), dove vengono prima sincronizzati con il clock a 96 MHz e dai segnali risultanti vengono prodotti impulsi della durata di un periodo di clock.

I segnali prodotti da due fototubi montati sullo stesso piano di scintillatore non sono in genere simultanei. Per garantire un corretto funzionamento della logica combinatoria utilizzata successivamente, la durata degli impulsi generati viene estesa a 100 ns tramite le macchine a stati chiamate *trigger_extender_100ns*.

Per poter escludere i segnali provenienti da eventuali fotomoltiplicatori non funzionanti è previsto un registro a 64 bit, chiamato *PMT_mask*. Ogni bit del registro è collegato ad una porta AND ed il segnale prodotto da *trigger_extender_100ns* è collegato al secondo ingresso della porta.

È perciò possibile realizzare delle maschere impostando ad '1' i bit corrispondenti ai canali da leggere e a '0' quelli da escludere.

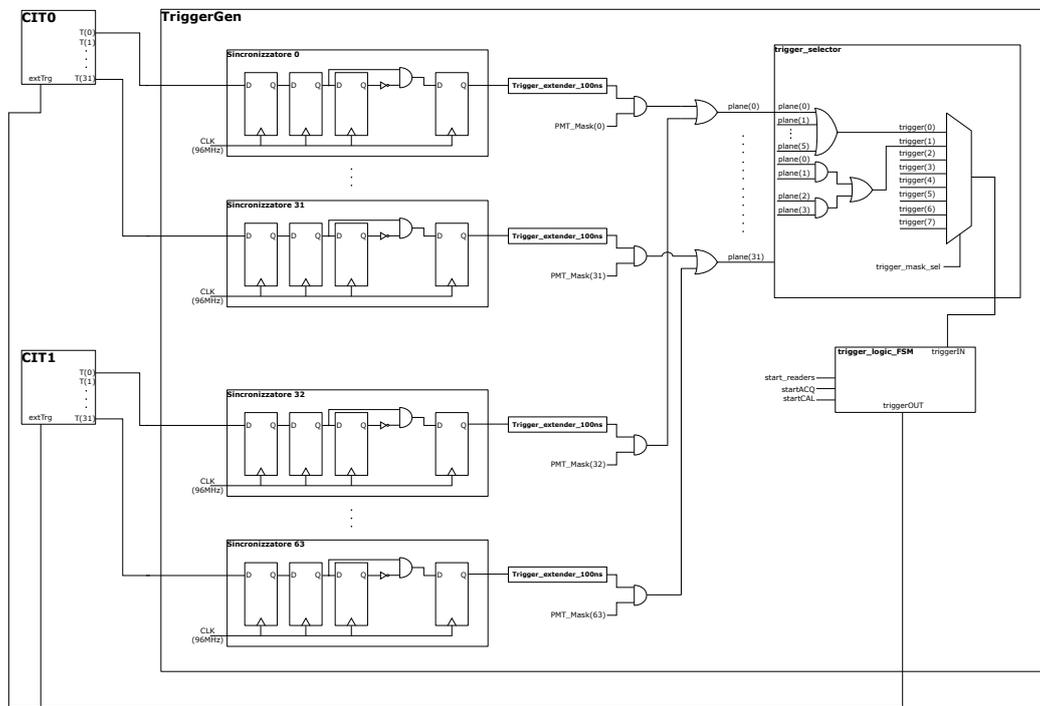


Figura 3.14: Schema a blocchi della sezione di FPGA adibita alla generazione del segnale di trigger esterno.

Il registro PMT_mask è contenuto nel modulo indicato in figura 3.13 con il nome di $SPW_Registers$ e viene scritto tramite protocollo SpaceWire.

Successivamente 32 porte OR generano i segnali indicati in figura con i nomi $plane(N)$ (con N che va da 0 a 31).

I segnali collegati agli ingressi di queste porte sono quelli corrispondenti ai trigger dello stesso canale dei due CITIROC.

In formule:

$$plane(N) = T_{CIT0}(N) + T_{CIT1}(N) \quad (3.1)$$

In questo modo, se si considera un singolo piano di scintillatore e si indicano con $PMT0$ e $PMT1$ i due fotomoltiplicatori collegati al piano, per generare il segnale $plane(N)$ coerentemente con la logica scelta nello sviluppo del firmware, si dovrà collegare al canale N -esimo del CITIROC 0 il fotomoltiplicatore $PMT0$ e al canale N -esimo del CITIROC 1 il fotomoltiplicatore $PMT1$.

I 32 segnali $plane(N)$ sono collegati agli ingressi del modulo $trigger_selector$ che consente di scegliere, tramite un multiplexer, con quale logica generare il trigger.

L'ingresso di selezione del multiplexer è collegato ad uno dei registri del modulo $SPW_Registers$ ed è quindi possibile modificarlo tramite SpaceWire.

In tabella 3.1 sono mostrate le maschere di trigger che è possibile selezionare.

Tabella 3.1: Maschere di trigger selezionabili.

trigger_mask_sel	Maschera di trigger
000	T
001	T · P6
010	T · (P6+P7)
011	(P2+P3) · (P6+P7)
100	T · P6 · P7
101	T · P6 · P7 · P8
110	T · (P20+P21)
111	T · LYSO

Dove:

- I segnali $plane(N)$ sono indicati con PN ;
- $T = P1 + P2 + \dots + P5$ corrisponde all'OR fra i fotomoltiplicatori collegati ai 6 piani di scintillatore che costituiscono il piano di trigger;
- $LYSO = P27 + \dots + P31$ corrisponde all'OR fra i nove fotomoltiplicatori collegati agli scintillatori LYSO.

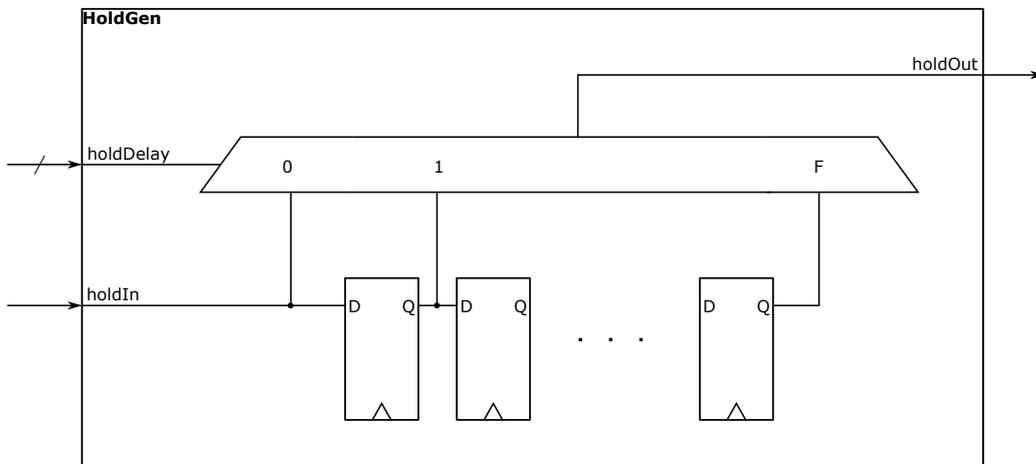


Figura 3.15: Schema a blocchi del modulo *HoldGen*.

Infine il segnale di trigger selezionato è collegato all'ingresso della macchina a stati *trigger_logic_FSM* che produce il segnale *triggerOUT*.

Quest'ultimo viene generato solo se viene rispettata la condizione espressa dalla formula

$$start_readers \cdot (start_ACQ + start_CAL)$$

Questi segnali vengono generati scrivendo, tramite protocollo SpaceWire, in un registro di *SPW_Registers* chiamato *CMD_REG*.

3.5.3 Generazione del segnale di Hold

Il segnale di hold viene generato dal modulo *HoldGen*, che riceve in ingresso un segnale chiamato *holdIn*, generato dalla macchina a stati che legge gli ADC.

Il segnale *holdIn*, infatti, viene prodotto solo quando la macchina a stati passa nello stato di lettura dei conteggi ADC.

Per regolare il ritardo del segnale di hold viene utilizzato il circuito mostrato schematicamente in figura 3.15, costituito da 15 flip-flop di tipo D collegati in cascata ed un multiplexer che permette di selezionare ognuna delle 15 uscite oppure lo stesso segnale in ingresso, nel caso non si voglia applicare nessun ritardo.

L'ingresso di selezione del multiplexer è collegato ad uno dei registri che possono essere scritti tramite il protocollo SpaceWire.

3.5.4 SpaceWire e UART

La comunicazione fra Trigger Board ed il computer con cui sono stati analizzati i dati avviene sia tramite protocollo UART che tramite SpaceWire. In que-

st'ultimo caso la comunicazione è indiretta, infatti viene utilizzata un'altra scheda che monta una FPGA Xilinx e sulla quale è implementata una interfaccia SpaceWire/UART.

I dati trasmessi tramite UART sono i conteggi ADC di tutti i canali dei due CITIROC, sia per la linea ad alto guadagno che per quella a basso guadagno.

La trasmissione avviene per mezzo di pacchetti di 236 byte di lunghezza, di cui 192 sono utilizzati per i conteggi ADC, 2 per il flag di inizio pacchetto, altri 2 per il flag di fine pacchetto ed i restanti 40 saranno utilizzati in futuro per il trasferimento di dati alla scheda DAQ.

Il protocollo SpaceWire invece viene utilizzato per modificare i registri di slow control dei CITIROC e della FPGA (alcuni dei quali sono stati già descritti nei paragrafi precedenti).

Questi registri sono tutti contenuti nel modulo *SPW_Registers*. In totale sono disponibili 157 registri a 32 bit.

L'elenco di questi registri è mostrato in tabella 3.2, con una breve descrizione del loro utilizzo.

I dati inviati al PC sono acquisiti tramite una serie di script Python, realizzati durante l'attività di laboratorio allo scopo di automatizzare e semplificare le acquisizioni.

Questi script si occupano di effettuare le seguenti operazioni:

- Avviare acquisizioni ripetute in cui è possibile variare i parametri di slow control del CITIROC (come ad esempio il guadagno dei preamplificatori, i valori di soglia dei discriminatori oppure il ritardo del segnale di hold);
- Estrarre dai pacchetti ricevuti tramite UART i conteggi ADC e separarli per canale, linea di guadagno e CITIROC;
- Riportare su grafici i conteggi ADC, effettuarne l'analisi;
- Modificare i registri SpaceWire;
- Comunicare in remoto con la strumentazione di laboratorio come l'impulsatore e l'oscilloscopio.

Tabella 3.2: Registri utilizzati per la comunicazione tramite protocollo SpaceWire.

Indirizzo	Nome	Descrizione
0	ID_REG	ID utilizzato per la comunicazione SpaceWire.
1	CLK_REG	Collegato ad un contatore che incrementa ad ogni colpo di clock, utilizzato per motivi di diagnostica.
2	RW_REG	Utilizzato per distinguere fra comandi di lettura da registri e quelli di scrittura.
3	STATUS_REG	Registro che contiene lo stato della scheda.
4	CMD_REG	Utilizzato per scrivere i comandi da impartire alla scheda.
da 5 a 40	CONFIG_CITIROC_1	Contiene i 1144 bit di configurazione del CITIROC ed i 16 bit per regolare il ritardo del segnale di hold.
da 41 a 76	CONFIG_CITIROC_2	Analogo al precedente.
77	TRIGGER_MASK	Utilizzato per la selezione delle maschere di trigger.
78	GENERIC_TRIGGER_MASK	Utilizzato per la selezione della generic trigger mask.
79	PMT_1_MASK	Utilizzato per scrivere le maschere dei PMT ed escludere i fototubi non funzionanti.
80	PMT_2_MASK	Analogo al precedente.
81	CAL_FREQ	Non utilizzato.
82	BOARD_TEMP	Contenente il valore della temperatura della scheda.
da 83 a 146	PMT_RATE	Contenente il rate di eventi di trigger generati dai singoli canali dei CITIROC.
da 147 a 156	MASK_RATE	Contenente il rate di eventi di trigger generati dalla FPGA

Capitolo 4

Caratterizzazione dell'elettronica della Trigger Board

In questo capitolo verrà descritta l'attività di laboratorio svolta per la caratterizzazione dei CITIROC montati sulla trigger board.

Prima di effettuare le misure è stato necessario adattare il codice VHDL scritto per la FPGA montata sulla scheda del HEPD-01 e realizzare degli script Python che consentissero di automatizzare la scrittura dei registri di configurazione dei CITIROC e l'acquisizione e l'analisi dei dati.

La prima misura effettuata è stata quella degli assorbimenti di corrente nei primi secondi dall'accensione e durante un'acquisizione. I risultati ottenuti consentiranno di progettare correttamente gli alimentatori ed i limitatori di corrente previsti sul satellite ed assicurare di essere entro i limiti richiesti per il consumo in potenza (che per il sistema di readout e di trigger deve essere inferiore ai 5 W).

L'operazione successiva è stata la verifica della linearità dei DAC che producono le tensioni applicate all'ingresso di soglia dei discriminatori adibiti alla generazione dei segnali di trigger ed è stata valutata la corrispondenza fra il valore di tensione impostato sul DAC e la soglia effettivamente presente in ingresso ai CITIROC.

Una volta stabilita una soglia di lavoro da utilizzare per le misure successive, è stata studiata la linearità dei preamplificatori in ingresso, sia al variare del guadagno che a guadagno fissato e variando l'ampiezza dell'impulso in ingresso.

Con lo stesso valore di soglia è stato inoltre indagato un problema di crosstalk fra canali adiacenti osservato sul satellite in volo.

Infine è stata aggiunta al firmware la possibilità di selezionare la modalità di funzionamento "Peak Detector" per i CITIROC e sono stati effettuati dei confronti fra i conteggi ADC acquisiti nelle due modalità.

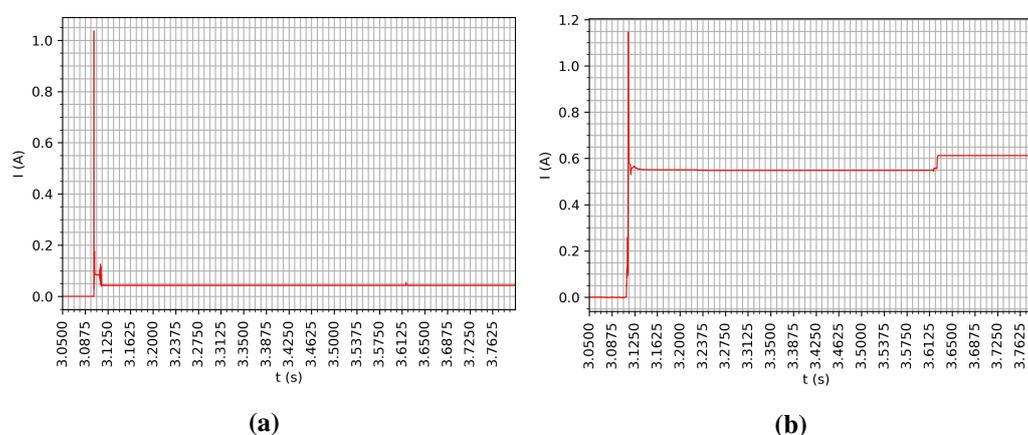


Figura 4.1: Assorbimento delle due linee di alimentazione: a) linea di alimentazione a 5.6 V, b) linea di alimentazione a 3.6 V.

4.1 Misure di assorbimento

Per misurare l'assorbimento della scheda è stato utilizzato un power analyzer prodotto dalla Keysight, modello N6705B [30].

In figura 4.1 sono riportati gli andamenti temporali delle correnti assorbite dalle due linee di alimentazione: in figura 4.1a l'andamento relativo all'alimentazione a 5.6 V, in figura 4.1b quello relativo all'alimentazione a 3.6 V.

I picchi di assorbimento che si osservano durante i primi secondi dall'accensione sono mostrati in dettaglio in figura 4.2.

In figura 4.3 è invece riportato l'andamento temporale della corrente assorbita dalla linea a 3.6 V durante una acquisizione.

Come si può vedere dal grafico 4.1a, l'accensione è avvenuta al secondo 3.096. Dopo 20 ms circa è presente, sulla linea a 3.6 V, un picco di corrente di 1.15 A, dovuto alla configurazione iniziale della FPGA.

Subito dopo la corrente si stabilizza intorno ai 550 mA e resta a tale valore per circa 525 ms, durante i quali la FPGA configura i CITIROC. Infine si ha un aumento a partire dal secondo 3.63 e la corrente si stabilizza intorno ai 600 mA.

Dal grafico relativo alla linea a 5.6 V è possibile vedere un picco di 1.05 A a partire dal secondo 3.102. Dopo 10 ms la corrente si assesta intorno ai 50 mA.

I picchi di assorbimento sulle due linee si presentano distanziati fra loro di circa 12 ms.

A partire dal secondo 25 è stata effettuata una acquisizione, impulsando uno dei canali della scheda con un impulso di 50 mV, 30 ns di durata e con frequenza pari a 20 Hz. È possibile osservare che il grafico dell'assorbimento di corrente

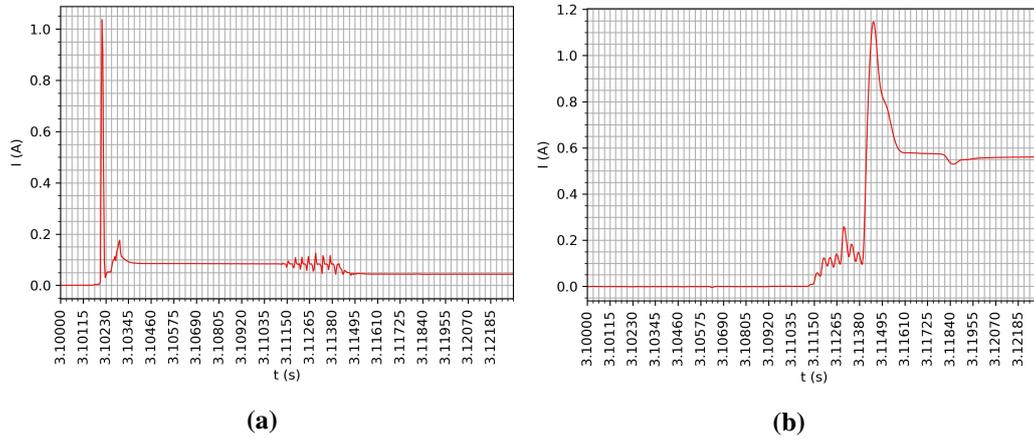


Figura 4.2: Picchi di assorbimento delle due linee di alimentazione: a) linea di alimentazione a 5.6 V, b) linea di alimentazione a 3.6 V.

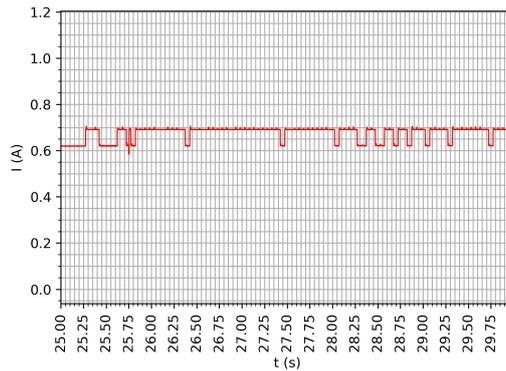


Figura 4.3: Assorbimento della linea di alimentazione a 3.6 V durante una acquisizione.

della linea a 3.6 V, in corrispondenza dell'acquisizione, presenta degli aumenti di corrente fino a 700 mA.

I dati mostrati consentiranno di dimensionare correttamente gli alimentatori ed i limitatori di corrente che verranno montati sul satellite CSES-02 al fine di consentire assorbimenti alti durante la fase di accensione del sistema e limitarli a valori più bassi durante la fase operativa.

4.2 Misure di linearità dei DAC di trigger

Per verificare la linearità dei DAC utilizzati nei discriminatori che generano i segnali di trigger sono stati utilizzati quattro test point presenti sulla scheda, collegati alle uscite dei due DAC presenti in ognuno dei CITIROC.

Ognuno di questi test point è stato collegato ad un canale dell'oscilloscopio. Quest'ultimo è stato collegato al PC ed è stato realizzato uno script in Python per variare i valori dei DAC ed acquisire le tensioni lette da ogni canale.

L'oscilloscopio utilizzato è prodotto dalla Keysight, modello DSO9254A [31] [32].

In questo modo sono stati realizzati i seguenti grafici che riportano la tensione prodotta dal DAC in funzione del valore decimale impostato. In figura 4.4 è riportata la curva relativa ai DAC del CITIROC 0. In particolare in figura 4.4b è mostrata la curva del DAC collegato al discriminatore che è indicato col nome di *Charge_trigger* in figura 3.4.

In figura 4.4a invece è mostrata la curva del DAC collegato al discriminatore che produce i segnali *Time_trigger*.

Le figure 4.5b e 4.5a si riferiscono invece ai DAC del CITIROC 1.

È possibile osservare che tutte le curve hanno un comportamento lineare fino ad un certo valore di DAC per poi raggiungere una zona di saturazione che corrisponde a 2.4 V circa per i DAC collegati ai discriminatori *Time_trigger* e di 2.6 V per quelli collegati ai discriminatori *Charge_trigger*.

Per tutte le curve è stato effettuato un fit lineare sui punti che precedono la zona di saturazione. Il coefficiente di correlazione lineare in tutti i casi è risultato maggiore di 0.99. Dato che il numero di punti per cui è stato effettuato il fit è maggiore o uguale a 500, la probabilità che misure non correlate diano lo stesso valore per il coefficiente di correlazione è inferiore allo 0.05%, il che consente di affermare che la correlazione è altamente significativa.

Dal valore dell'intercetta è possibile osservare che i discriminatori lavorano sempre con soglie superiori a 1 V circa nel caso del CITIROC 0 e 0.8 V circa per il CITIROC 1. Questo è necessario dal momento che l'uscita del fast shaper hanno una componente continua sulla quale viene generato il segnale.

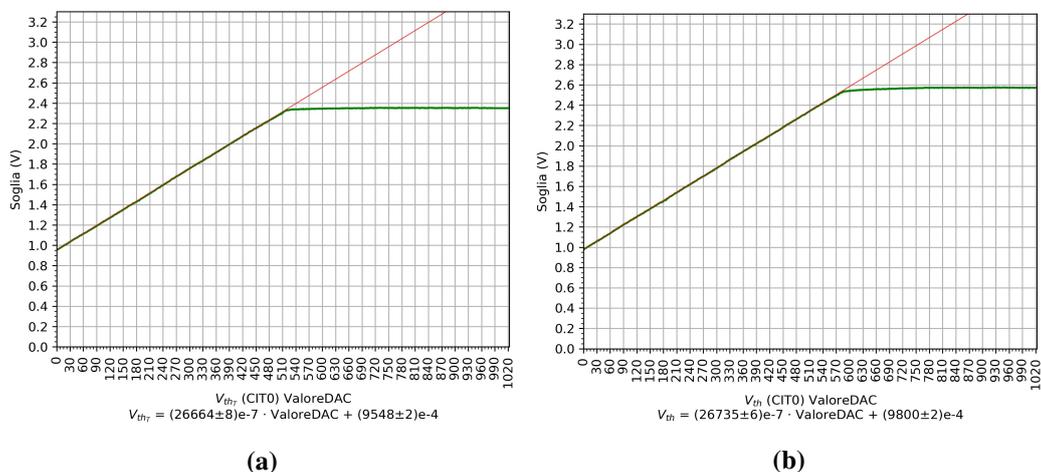


Figura 4.4: Curve di linearità dei DAC presenti sul CITIROC 0: a) DAC collegato al discriminatore Time_trigger, b) DAC collegato al discriminatore Charge_trigger.

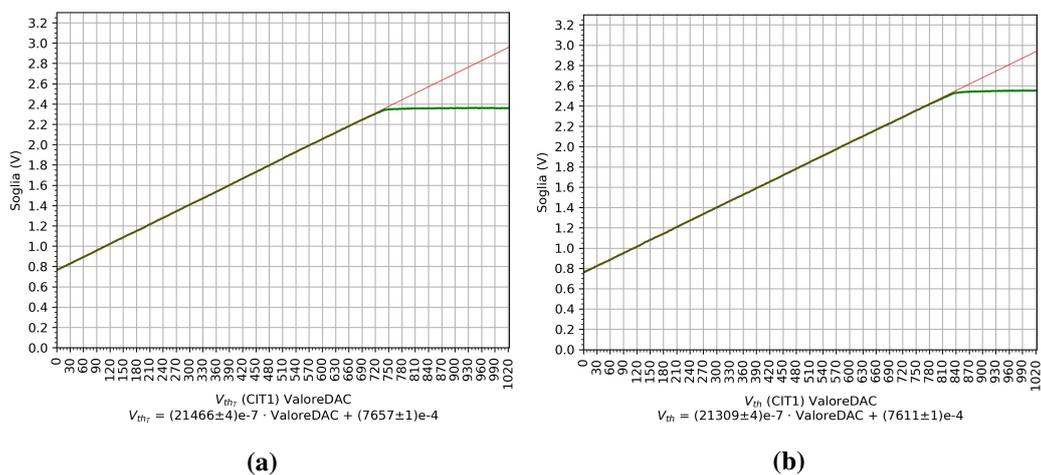


Figura 4.5: Curve di linearità dei DAC presenti sul CITIROC 1: a) DAC collegato al discriminatore Time_trigger, b) DAC collegato al discriminatore Charge_trigger.

La differenza fra la componente continua del fast shaper e il valore minimo di tensione generato dai DAC è comunque sufficientemente alta da ridurre il range di valori selezionabili.

In particolare per il CITIROC 0 il valore minimo da impostare sul DAC per superare la componente continua del fast shaper è pari a 210, mentre per il CITIROC 1 è pari a 330.

Per conoscere la soglia effettivamente applicata agli ingressi della scheda, si cerca la correlazione tra il valore impostato sul DAC, ovvero la tensione applicata all'ingresso di soglia del discriminatore, e l'ampiezza minima necessaria al segnale d'ingresso per superare quella soglia.

Si è impulsato un canale con impulsi di ampiezza crescente, 30 ns di durata e frequenza pari a 20 Hz. Le misure sono state realizzate creando uno script Python che consente di variare il valore dei DAC e di controllare l'impulsore, selezionando l'ampiezza, la durata e la frequenza degli impulsi. Ogni acquisizione è durata 10 s.

Una volta che lo script riceve dati dalla seriale, vengono riportati su file il valore del DAC e dell'impulso.

L'impulsore utilizzato è prodotto dalla Agilent, modello 33250A [33].

Queste misure sono state effettuate solo per il CITIROC 0 perchè come si vedrà nel capitolo successivo è solo a questo CITIROC che verranno collegati i tubi fotomoltiplicatori. Le basette sulle quali sono montati i fototubi infatti portano in uscita il segnale proveniente dall'anodo, quindi producono segnali negativi che è necessario invertire. Dato che il CITIROC 1 non presenta lo stadio di inversione non verrà utilizzato.

I grafici ottenuti impulsando gli ingressi della trigger board (che presentano lo stadio di attenuazione) sono riportati nelle figure 4.6 e 4.7.

Dato che il fast shaper è collegato al preamplificatore High Gain, sono riportate le curve per ogni valore di guadagno solo per la linea High Gain.

Tutti i grafici si riferiscono solo alle soglie relative ai discriminatori *Time_trigger*, dato che i segnali di trigger vengono generati a partire dai segnali prodotti da questi.

Le stesse misure sono state effettuate impulsando l'ingresso di calibrazione e sono mostrate nei grafici di figura 4.8. In questo caso i guadagni impostati sono in numero minore perchè tramite l'ingresso di calibrazione non è possibile avere lo stesso range di valori a causa della diversa capacità di ingresso.

Dai grafici appena mostrati si possono ricavare le seguenti considerazioni: per valori di DAC inferiori a 450 l'ampiezza dei segnali in ingresso che superano la soglia segue un andamento lineare in funzione del valore impostato sul DAC. Per valori di DAC superiori a 450 la non linearità può essere spiegata dalla perdita di linearità dei preamplificatori e dalla successiva saturazione del DAC stesso.

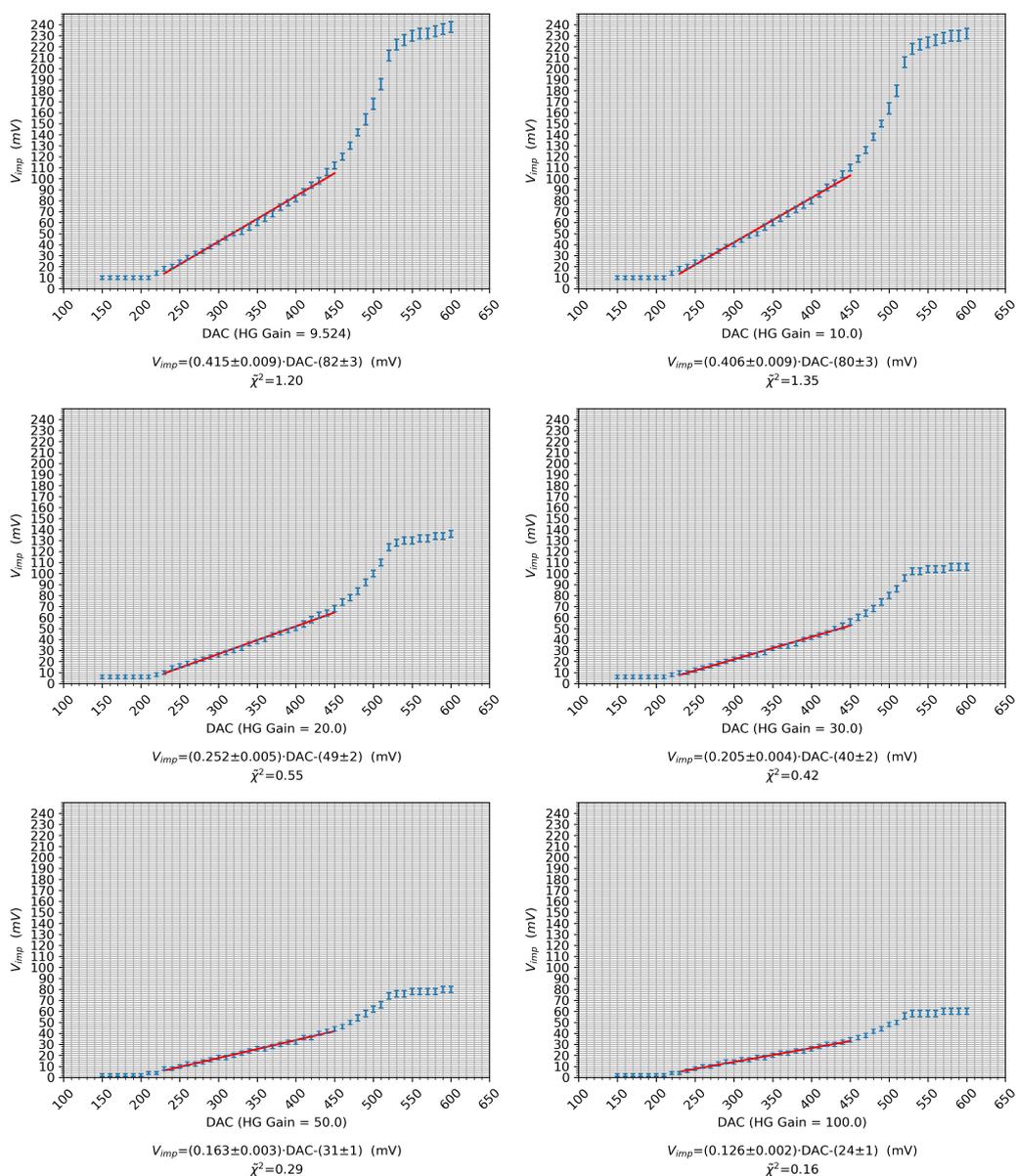


Figura 4.6: Ampiezze in mV dei segnali presenti sugli ingressi attenuati della trigger board e che superano la soglia prodotta dal DAC. Grafici relativi ai guadagni che vanno da 9.524 a 100.

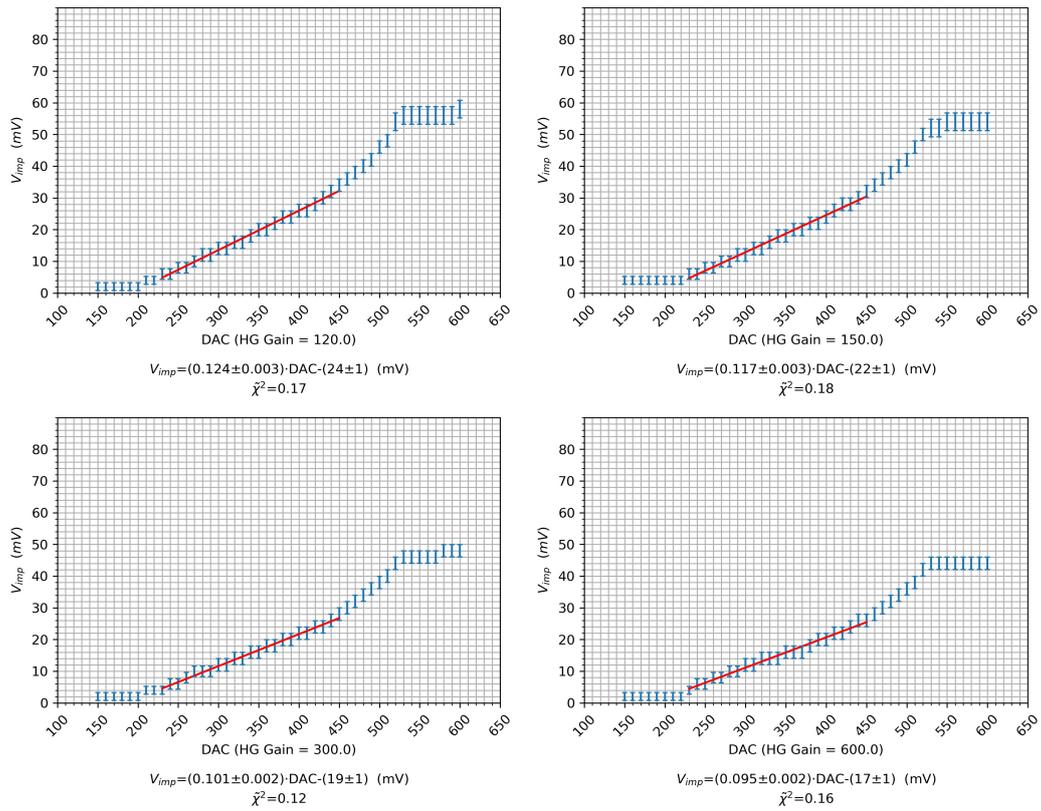


Figura 4.7: Ampiezze in mV dei segnali presenti sugli ingressi attenuati della trigger board e che superano la soglia prodotta dal DAC. Grafici relativi ai guadagni che vanno da 120 a 600.

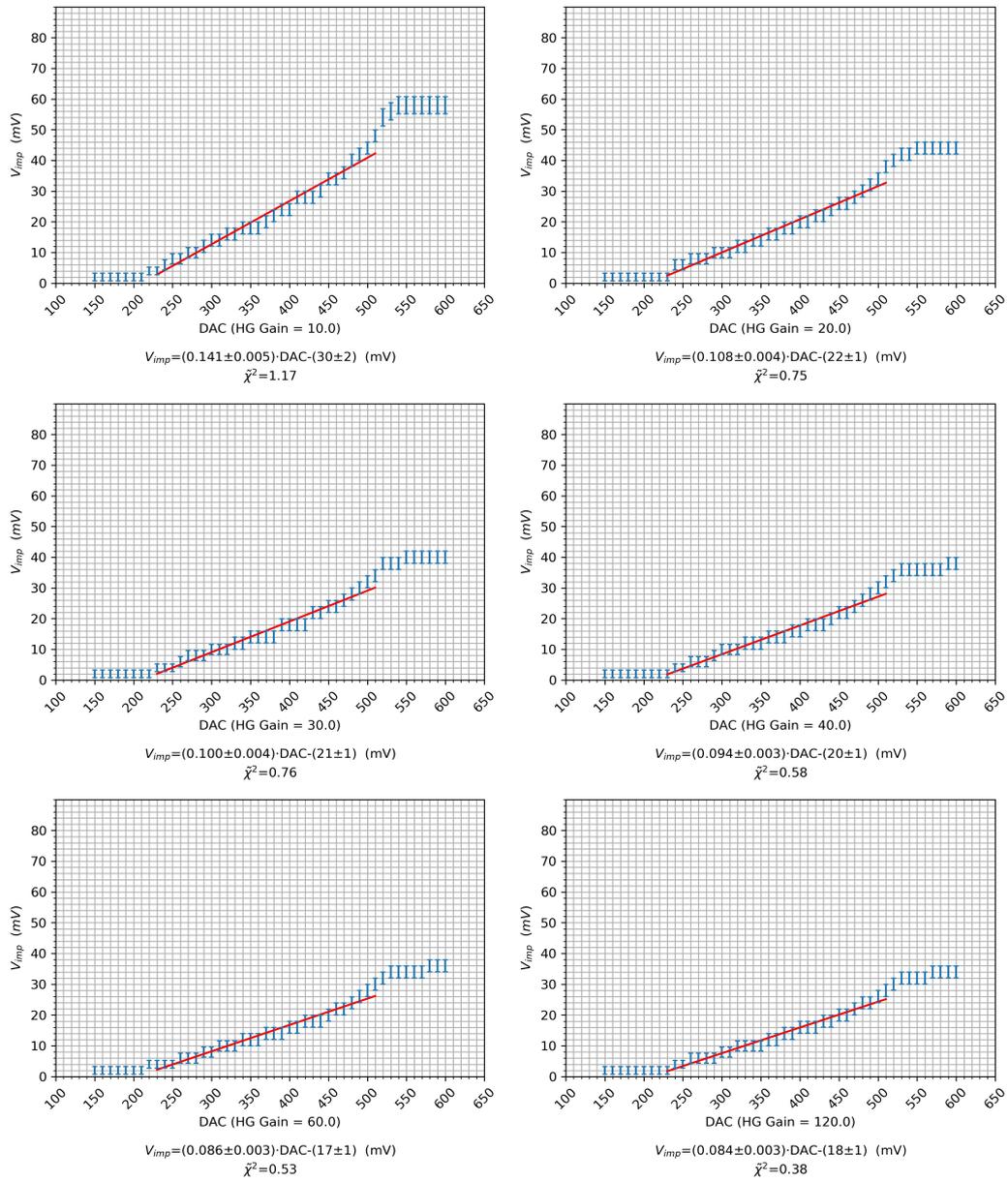


Figura 4.8: Ampiezze in mV dei segnali presenti sull'ingresso di calibrazione e che superano la soglia prodotta dal DAC. Grafici relativi ai guadagni che vanno da 10 a 120.

Come previsto dai grafici precedenti, per valori di DAC inferiori a 210 la soglia in ingresso resta sempre allo stesso valore, indice del fatto che la tensione prodotta dai DAC non supera ancora il valore in continua del fast shaper e quindi i trigger prodotti sono indipendenti dall'ampiezza dell'impulso in ingresso.

È stato inoltre effettuato un fit lineare solo per i punti che manifestavano una chiara linearità. La probabilità di avere un valore di chi quadro ridotto pari a quello riportato nei grafici è in tutti i casi maggiore del 90%, il che indica un buon accordo con il fit lineare.

In tutte le misure che seguono è stata impostata una soglia pari a 250, che consente di utilizzare impulsi in ingresso sufficientemente piccoli (22 mV nel caso peggiore, ovvero quello di guadagno minimo per l'ingresso attenuato) per tutti i guadagni scelti.

4.3 Confronto fra Peak Detector e Track & Hold

Come si è visto nella sezione 3.3.2 i CITIROC dispongono di un circuito che consente di individuare il picco del segnale proveniente dallo slow shaper, chiamato Peak Detector.

Per le misure dei paragrafi successivi è stato scelto di utilizzare esclusivamente questa modalità.

In questo paragrafo verranno mostrati i confronti fra le misure effettuate con il Track & Hold e con il Peak Detector per giustificare tale scelta [34].

La prima misura effettuata è stata una scansione di tutti i possibili valori di ritardo con cui inviare il segnale di hold (la cui funzione è descritta nel paragrafo 3.3.2).

In figura 4.9 sono mostrati i conteggi ADC acquisiti impulsando l'ingresso di calibrazione con impulsi di 50 mV di ampiezza, 30 ns di durata e frequenza pari a 20 Hz e variando il ritardo del segnale di hold. Le misure sono state effettuate per diversi valori di guadagno, ma per brevità verranno mostrati solo i grafici ottenuti impostando il guadagno ad un valore pari a 5.

Come si può vedere dai grafici mostrati in figura 4.9, utilizzando la modalità Track & Hold è necessario ritardare il segnale di hold di un tempo compreso fra i 10 ns e i 20 ns per poter acquisire il segnale sul picco dello slow shaper. Per quel che riguarda la modalità Peak Detector, invece, è sufficiente inviare il segnale di hold con un ritardo di almeno 20 ns ed i conteggi restano costanti fino a 150 ns.

In seguito è stata effettuata l'acquisizione dei conteggi ADC con le due modalità usando i seguenti valori di ritardo per il segnale di hold:

- 20 ns per le acquisizioni effettuate utilizzando la modalità Track & Hold;
- 150 ns per le acquisizioni effettuate utilizzando la modalità Peak Detector;

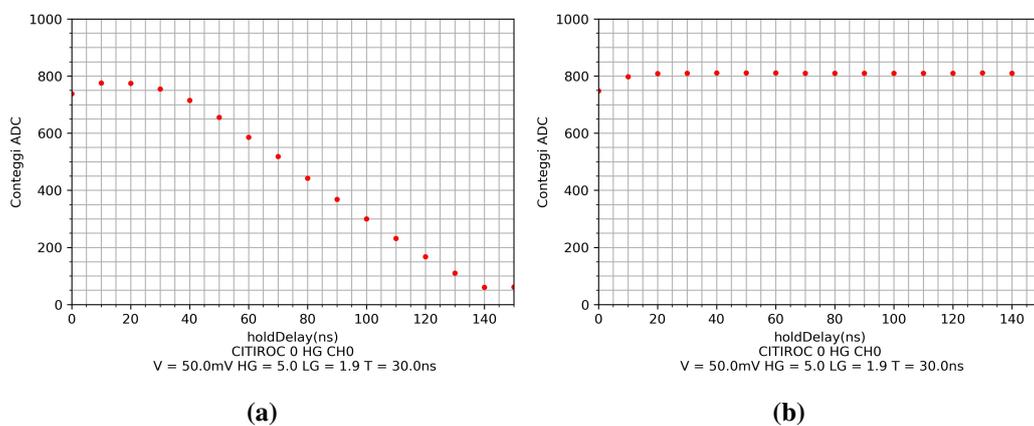


Figura 4.9: Conteggi ADC ottenuti al variare del ritardo del segnale di hold: a) utilizzando la modalità Track & Hold, b) utilizzando il Peak Detector.

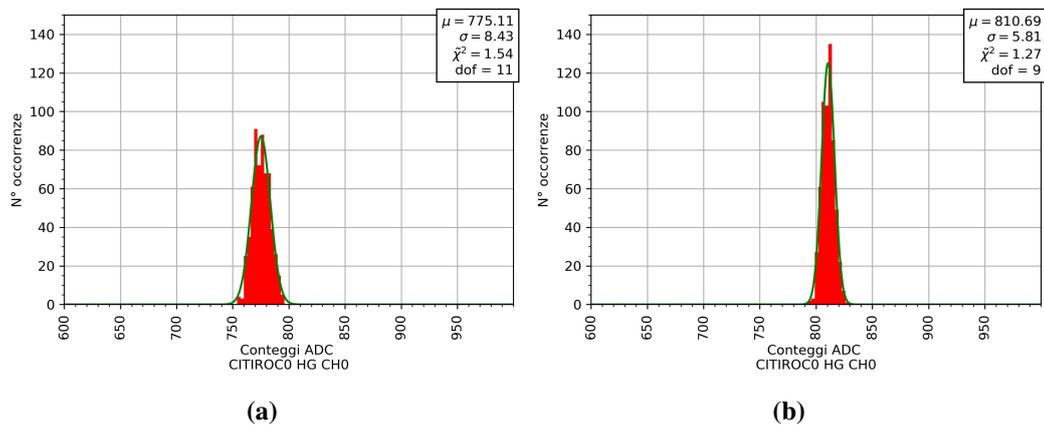


Figura 4.10: Confronto fra le distribuzioni dei conteggi ADC ottenute con il Track & Hold (a) e con il Peak Detector (b)

Il motivo per cui si preferisce il massimo ritardo per la modalità Peak Detector è legato al fatto che i cristalli di LYSO presenti nel calorimetro sono più lenti rispetto agli scintillatori EJ-200. Questo rende necessario aumentare i tempi in cui i CITIROC restano nello stato di hold, in modo da poter acquisire correttamente anche i segnali prodotti dai LYSO.

In figura 4.10 sono riportati gli istogrammi ottenuti impostando il guadagno del preamplificatore High Gain con valore 5 ed impulsando l'ingresso di calibrazione con impulsi uguali a quelli utilizzati nella misura precedente. La larghezza dei bin usati per realizzare gli istogrammi è di 3 conteggi ADC.

Per confrontare i due istogrammi è stato effettuato un fit gaussiano su entrambi. La bontà del fit è stata valutata considerando la probabilità di ottenere un chi quadro maggiore di quello calcolato a parità di gradi di libertà. Per entrambi i fit tale probabilità è maggiore del 15% ed è quindi possibile accettare l'ipotesi che le distribuzioni siano gaussiane.

Come si può vedere le distribuzioni che si ottengono con il Peak Detector sono più strette, inoltre il numero di conteggi è più alto. Evidentemente utilizzando la modalità Track & Hold, con la risoluzione temporale utilizzata per il ritardo del segnale di hold, non viene acquisito esattamente il picco dello slow shaper.

4.4 Misure di linearità dei preamplificatori

Una volta caratterizzate le soglie e scelta la modalità di acquisizione del segnale, sono state effettuate misure di linearità dei preamplificatori per studiare l'andamento dei conteggi ADC al variare del guadagno impostato.

Successivamente sono state realizzate delle curve di calibrazione per associare ai conteggi ADC il valore della carica in ingresso.

Le misure che seguono sono state effettuate solo sul CITIROC 0 per i motivi esposti nel paragrafo precedente.

4.4.1 Conteggi ADC al variare del guadagno

Per queste misure sono stati utilizzati impulsi di di 50 mV, 30 ns di durata e frequenza di 20 Hz, per una durata di 30 s.

La scelta dell'ampiezza del segnale si è basata sulla necessità di utilizzare un segnale sufficientemente grande da superare la soglia sia nel caso venisse usato l'ingresso di calibrazione che nel caso venissero usati gli ingressi attenuati. È altresì necessario avere un'ampiezza abbastanza piccola per non portare subito in saturazione gli ADC quando vengono selezionati i guadagni più alti.

In figura 4.11 sono mostrati i grafici ottenuti impulsando l'ingresso di calibrazione. Dato che usando l'ingresso di calibrazione i guadagni sono uguali sia per

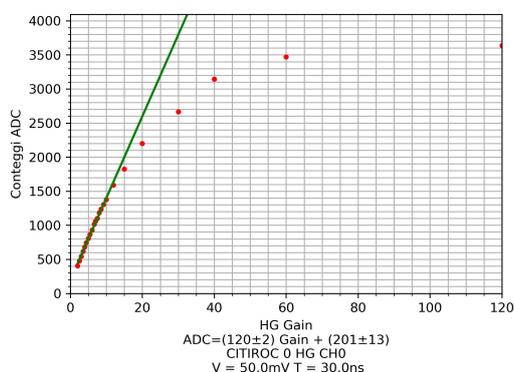


Figura 4.11: Curva dei conteggi ADC al variare del guadagno impulsando l'ingresso di calibrazione del CITIROC 0.

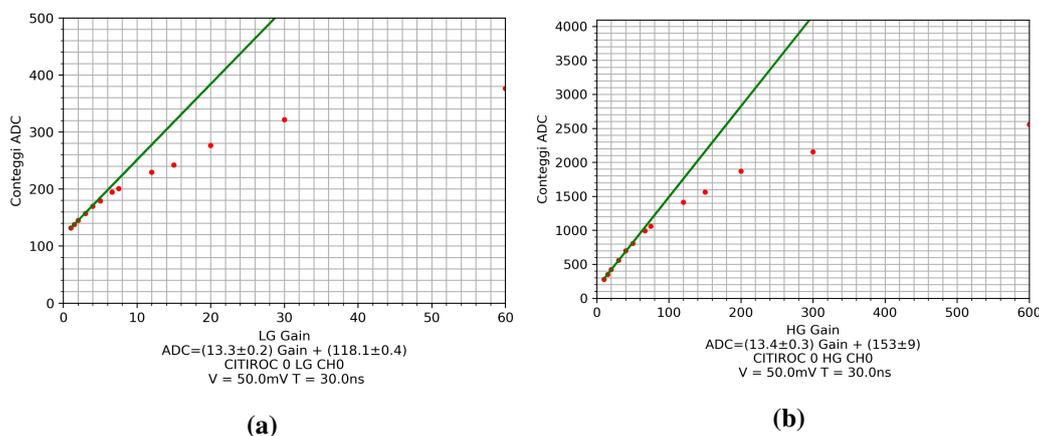


Figura 4.12: Curve dei conteggi ADC al variare del guadagno: (a) linea Low Gain (b) linea High Gain.

la linea High Gain che per quella Low Gain, sono riportati solo i conteggi relativi a quest'ultima linea di guadagno.

In figura 4.12, invece, sono mostrati i grafici ottenuti tramite gli ingressi attenuati della scheda, sia per la linea High Gain che per quella Low Gain.

Come si può vedere i preamplificatori perdono di linearità a partire da guadagni prossimi a 10 per la linea Low Gain, ed a 100 per la linea High Gain. Confrontando le pendenze delle curve utilizzate per il fit lineare si può osservare che High Gain e Low Gain hanno un comportamento simile (i valori delle pendenze sono uguali entro gli errori), come ci si aspetta dato che le due linee differiscono solo per le capacità di ingresso.

Infine si può osservare che il rapporto fra la pendenza della curva ottenuta impulsando l'ingresso di calibrazione e quella ottenuta per la linea High Gain è pari

a circa 8.95. Questo permette di avere una idea del fattore di attenuazione presente in ingresso alla scheda, al netto del cattivo adattamento di impedenza presente fra i cavi coassiali utilizzati e gli ingressi della scheda (che essendo realizzati per l'uso con doppini presentano una impedenza d'ingresso di circa 100Ω).

4.4.2 Curve di calibrazione

Queste curve saranno utili nelle misure del prossimo capitolo, in cui saranno collegate le uscite dei tubi fotomoltiplicatori ai canali di ingresso della trigger board. Sarà quindi necessario associare ai conteggi ADC acquisiti dei valori che possano essere messi in relazione con la carica del segnale in ingresso.

Per queste misure è stato impulsato l'ingresso di calibrazione con impulsi di durata e frequenza uguali a quelli delle precedenti misure ma con ampiezze crescenti.

Successivamente sono stati impulsati gli ingressi attenuati del CITIROC 0.

Dato che nel prossimo capitolo verranno impostati dei guadagni corrispondenti a 100, 300 e 600, queste ultime misure verranno effettuate con gli stessi valori per la linea High Gain.

Usando l'ingresso di calibrazione i guadagni impostabili sono diversi, verranno mostrati quelli corrispondenti ai valori 1.9, 5, 40 e 120.

In figura 4.13 sono mostrate le curve dei conteggi ADC ottenute impulsando l'ingresso di calibrazione. Dato che questo ingresso è adattato a 50Ω è possibile riportare il grafico dei conteggi ADC in funzione della carica in ingresso.

Dato che il segnale utilizzato è un impulso rettangolare, la carica si può calcolare nel seguente modo:

$$Q = \frac{V_{imp} \cdot t}{R} \quad (4.1)$$

dove t è la durata dell'impulso (in questo caso 30 ns) e R è l'impedenza d'ingresso.

Sostituendo i valori numerici si ottiene:

$$Q = 0.6 \cdot V_{imp} \quad (\text{pC}) \quad (4.2)$$

riportando V_{imp} in mV.

Per calcolare l'errore sulla carica si considera quello sul periodo dell'impulso trascurabile, infatti misurando quest'ultimo all'oscilloscopio si osserva che è pari a 0.2 ns circa per tutti i valori di ampiezza.

Da questi grafici si può osservare che la pendenza della retta di fit segue l'andamento ottenuto nel grafico 4.11.

Ad esempio, se si prendono in considerazione le curve relative ai guadagni 5 e 40 (figure 4.13b e 4.13c), il rapporto fra le pendenze delle due rette è pari a circa 4. Osservando il grafico 4.11, il rapporto fra le medie dei conteggi ADC per gli stessi valori di guadagno è lo stesso entro gli errori.

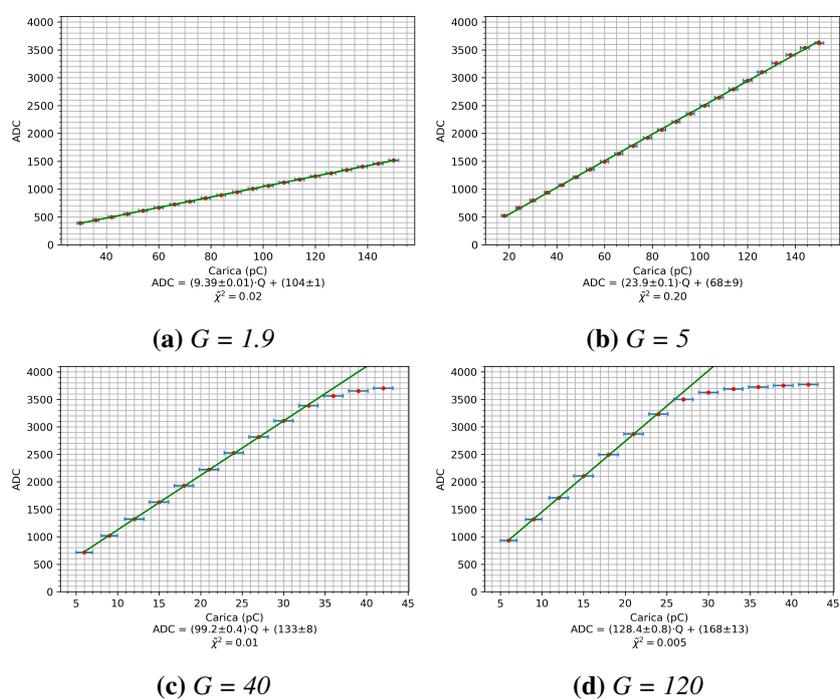


Figura 4.13: Curve dei conteggi ADC al variare dell'ampiezza dell'impulso, usando l'ingresso di calibrazione, per diversi valori di guadagno.

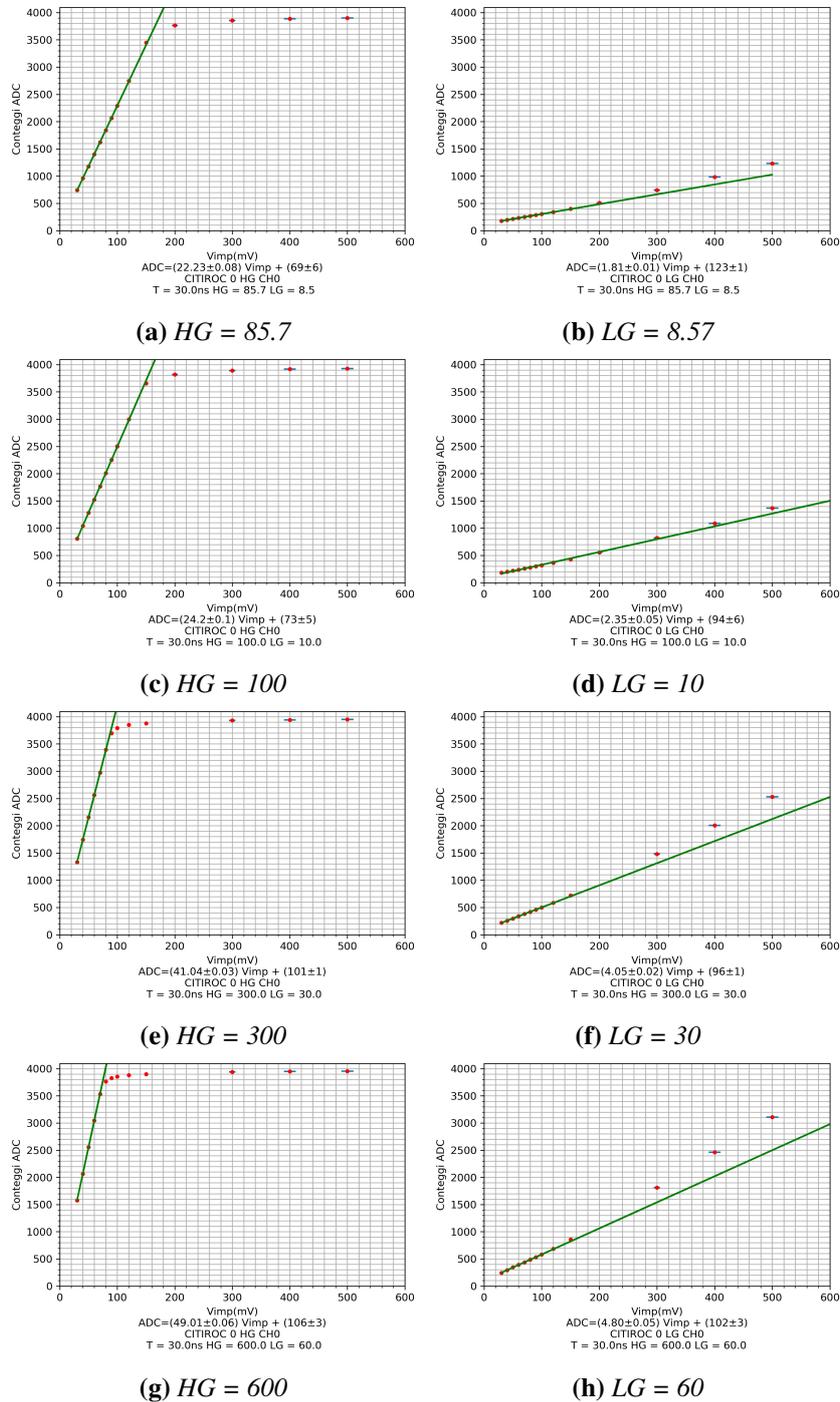


Figura 4.14: Curve dei conteggi ADC al variare dell'ampiezza dell'impulso, per diversi valori di guadagno.

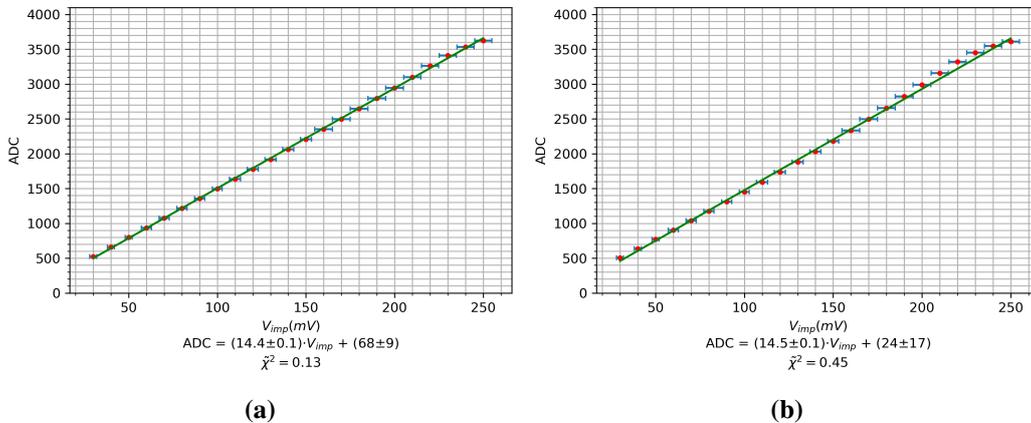


Figura 4.15: Confronto fra l'ingresso di calibrazione con guadagno 5 e l'ingresso attenuato con guadagno 46.1.

In figura 4.14 sono mostrate alcune delle curve dei conteggi ADC acquisite impulsando i canali attenuati del CITIROC.

Come già accennato in precedenza l'adattamento dell'impedenza di ingresso non è ottimale quindi non è stato associato un valore di carica ai conteggi ADC. I grafici appena mostrati però potranno essere utilizzati per ricavare l'ampiezza di un impulso di 30 ns che produrrebbe gli stessi conteggi ADC del segnale che verrà prodotto dai tubi fotomoltiplicatori.

Questo consentirà di regolare i guadagni di ogni fototubo, in modo da produrre gli stessi conteggi ADC per ogni coppia montata sullo stesso scintillatore.

In ultimo è stato effettuato un confronto fra le curve che si ottengono usando l'ingresso di calibrazione e quelle che si ottengono usando gli ingressi della trigger board, cercando di compensare il fattore di attenuazione.

Come si è visto nel paragrafo 4.4 si può considerare un fattore di attenuazione di circa 8.95.

Impostando un guadagno prossimo a 45, quindi si dovrebbero avere gli stessi conteggi che si ottengono con l'ingresso di calibrazione con guadagno pari a 5.

In figura 4.15 è mostrato il grafico ottenuto impostando per la linea High Gain un guadagno di 46.1, confrontato con quello ottenuto tramite l'ingresso di calibrazione.

Si può vedere che le due pendenze ed i conteggi ADC ottenuti sono uguali entro gli errori.

Nell'uso della trigger board per l'acquisizione dei segnali provenienti dai fotomoltiplicatori però non è possibile effettuare questo tipo di compensazione, infatti alimentando i fotomoltiplicatori con una tensione di 900 V per guadagni inferiori a 100, il segnale non è abbastanza separato dal piedistallo da permettere succes-

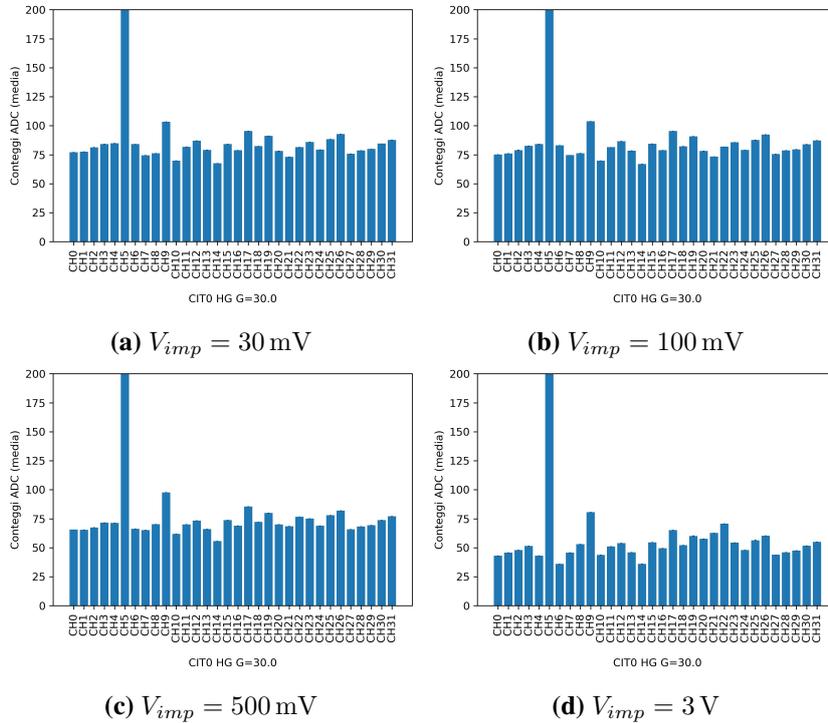


Figura 4.16: Misure di crosstalk effettuate sul CITIROC 0.

sive analisi. Dato che il massimo guadagno impostabile è 600, non è possibile moltiplicare il guadagno per il fattore di attenuazione.

4.5 Misure di crosstalk

I dati provenienti dal satellite CSES-01 mostrano la presenza di un effetto di crosstalk fra canali adiacenti, che può essere dovuto sia all'elettronica di ingresso della trigger board che ad effetti di induzione fra i cavi che portano il segnale dai fotomoltiplicatori agli ingressi.

Per studiare questo fenomeno sono state effettuate misure di crosstalk impulsando uno dei canali di ingresso al CITIROC 0 con impulsi che vanno dai 30 mV ai 3 V. Tale misura è stata effettuata impostando un guadagno pari a 30 per la linea ad alto guadagno. Il canale scelto è indicato nei grafici come CH5.

In figura 4.16 sono riportate le medie dei conteggi ADC per ogni canale, sull'asse delle ordinate non è mostrato l'intero range di valori che può assumere l'ADC per osservare in dettaglio quelli dei canali non impulsati. Come si può vedere non si osservano effetti di crosstalk nei canali adiacenti ma è presente un abbassamento progressivo delle medie dei conteggi ADC prodotti da tutti i canali non

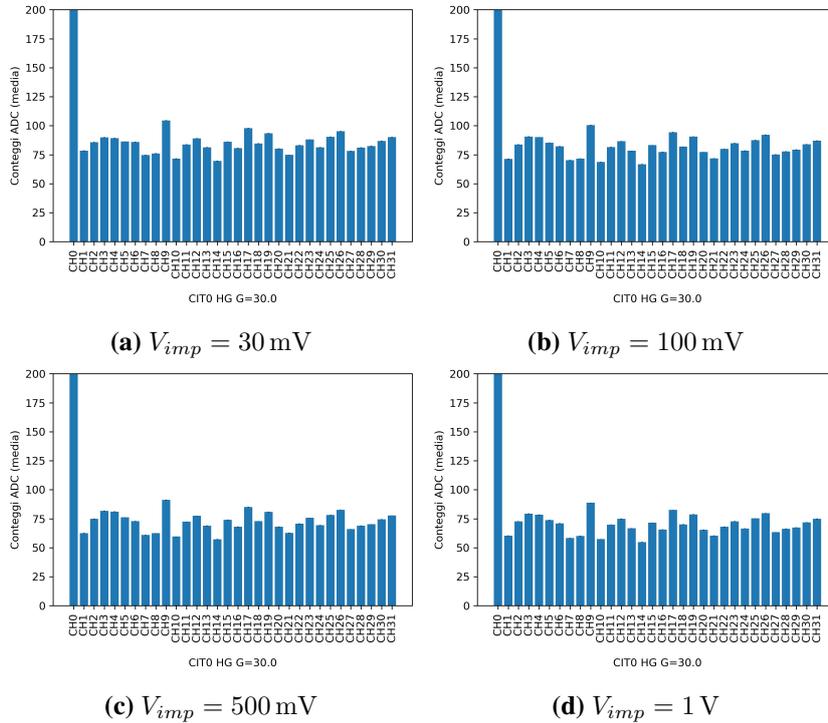


Figura 4.17: Misure di crosstalk effettuate sul CITIROC 0 utilizzando l'ingresso di calibrazione.

impulsati (che d'ora in avanti verranno chiamati *pedistalli*). Quest'ultimo effetto è comunque piccolo rispetto al range di valori dell'ADC, infatti la differenza fra i pedistalli ottenuti impulsando il canale CH5 con un impulso di 30 mV e quelli ottenuti impulsandolo con 3 V è di circa 25 conteggi, che rapportati al massimo valore di ADC (4095) corrispondono ad una variazione dello 0.6%.

Le stesse misure sono state ripetute utilizzando l'ingresso di calibrazione impulsando il canale CH0 (in modo da poter osservare il pedistallo anche sul canale CH5). In figura 4.17 sono riportati i grafici ottenuti per gli stessi valori dell'impulso in ingresso, ad eccezione dell'impulso a 3 V che non è stato impostato perchè vicino al massimo valore di tensione in ingresso che può sostenere il CITIROC.

Il fatto che non si osservi crosstalk nelle misure effettuate suggerisce che l'effetto osservato dalle misure in volo sia dovuto all'induzione fra i cavi dei tubi fotomoltiplicatori.

Capitolo 5

Misure sul modello di calorimetro

In questo capitolo verranno utilizzate le informazioni ottenute finora per acquisire i segnali provenienti dal modello di calorimetro presente in laboratorio, mostrato in figura 5.1.

Il modello in questione è costituito da uno dei segmenti del piano di trigger, seguito da 3 piani di scintillatore ed il tutto è contenuto in una dark box. Sarà quindi necessario acquisire i segnali provenienti dagli 8 tubi fotomoltiplicatori montati sui diversi scintillatori.

Dato che i segnali provenienti dai fototubi sono acquisiti dall'anodo, non è possibile utilizzare i canali collegati al CITIROC 1 che non hanno lo stadio di inversione in ingresso.

Tutti i fotomoltiplicatori saranno quindi collegati ai primi canali della trigger board. In tabella 5.1 sono mostrati i canali utilizzati ed i fotomoltiplicatori a cui sono collegati.

Tabella 5.1: Tubi fotomoltiplicatori (PMT) del modello di calorimetro e canali della trigger board corrispondenti.

PMT	Canale
$T1_{SW}$	CH0
$T1_{NE}$	CH1
$P1_N$	CH4
$P1_S$	CH5
$P2_W$	CH8
$P2_E$	CH6
$P3_N$	CH3
$P3_S$	CH2

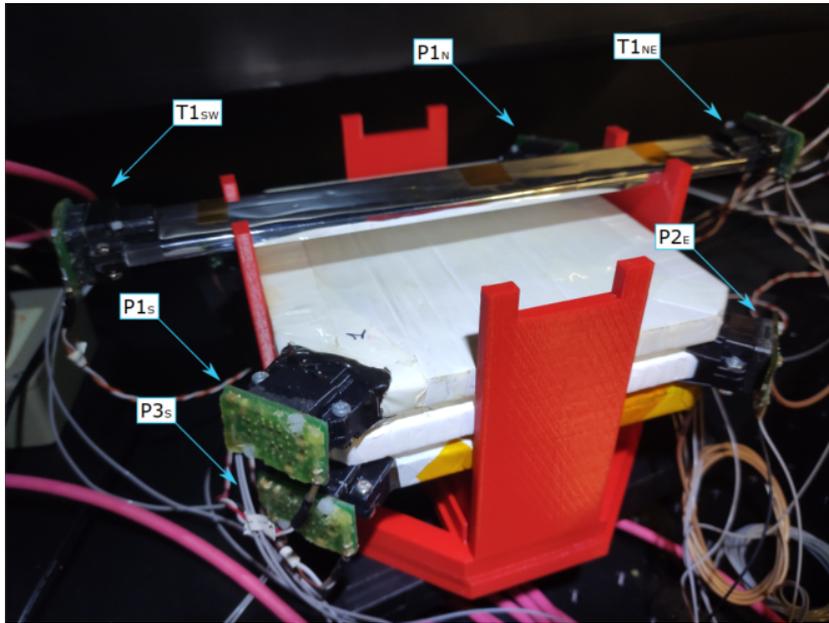


Figura 5.1: Modello di calorimetro montato nella dark box.

I nomi dei PMT sono stati scelti secondo il seguente criterio: il segmento di trigger è indicato con il nome $T1$ e i tre piani sottostanti con i nomi $P1$, $P2$ e $P3$. Alla diagonale di $P1$ lungo la quale sono montati i due PMT è stata attribuita convenzionalmente la direzione Nord-Sud.

Ai nomi di tutti i PMT sono stati quindi aggiunti dei pedici che indicano la direzione verso la quale è rivolto il lato posteriore della basetta su cui sono montati. Questi nomi sono mostrati anche in figura 5.1.

5.1 Scelta delle condizioni ottimali di lavoro

Un primo set di misure è stato svolto al fine di ricavare i conteggi ADC dei fotomoltiplicatori, impostando per tutti un guadagno pari a 100. Durante tutte le misure i PMT sono stati alimentati tutti con una tensione di 900 V.

Per la generazione del segnale di trigger è stata modificata una delle maschere della tabella 3.1, realizzando la funzione logica seguente:

$$(T1_{SW} + T1_{NE}) \cdot (P3_S + P3_N) \quad (5.1)$$

Per ottenere un buon numero di eventi si è scelto di acquisire dati per un'ora. In questo modo sono stati acquisiti 2835 eventi.

I risultati di tale misura sono mostrati in figura 5.2, dove sono mostrati gli istogrammi dei conteggi ADC relativi ad ogni canale.

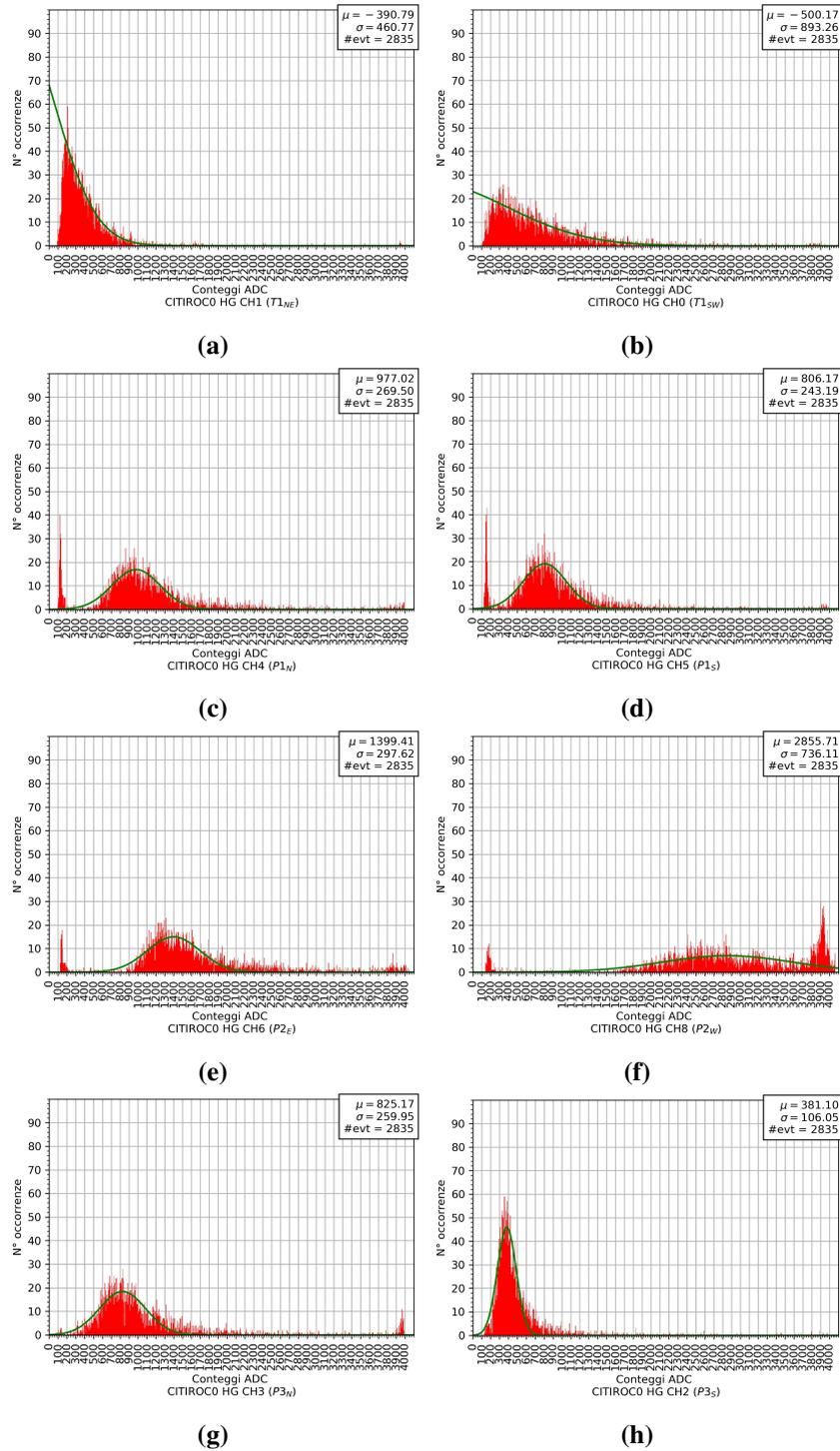


Figura 5.2: Istogrammi dei conteggi ADC acquisiti dai PMT.

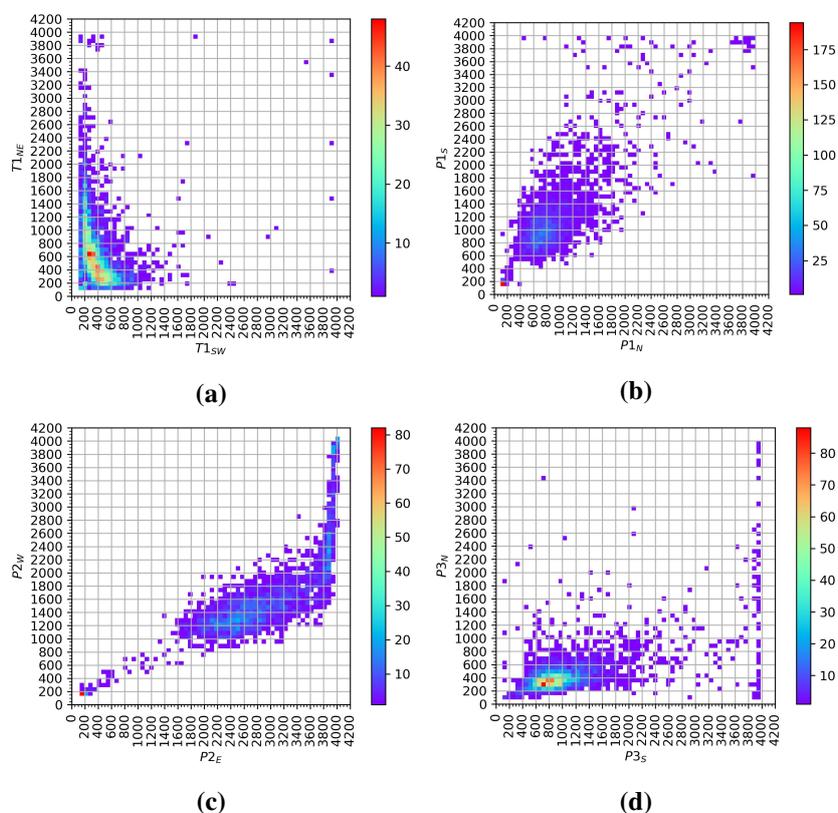


Figura 5.3: Istogrammi 2D dei conteggi ADC acquisiti dalle coppie di PMT montati sullo stesso scintillatore.

Per semplificare l'individuazione del picco dei vari istogrammi, a questi è stata sovrapposta una gaussiana. Non trattandosi di un fit non è stata effettuata alcuna analisi statistica.

Per generare automaticamente tutte le curve è stato necessario escludere i conteggi inferiori a 200 (dove è presente il piedistallo) e quelli superiori a 3900, questo è il motivo per cui le curve relative ai PMT $T1_{SW}$ e $T1_{NE}$ non sono riprodotte correttamente.

Si può subito vedere che ogni PMT presenta conteggi differenti anche se è montato sullo stesso scintillatore. I canali 0 ed 1 sono quelli collegati al segmento di trigger che è più sottile degli altri piani di scintillatore e per questo ha un numero minore di conteggi.

Per rendere ancora più chiare le differenze sono stati realizzati gli istogrammi 2D mostrati in figura 5.3

Per regolare i guadagni di ogni PMT in modo da far produrre gli stessi conteggi ADC sono state utilizzate le curve di calibrazione descritte nel paragrafo 4.4.2.

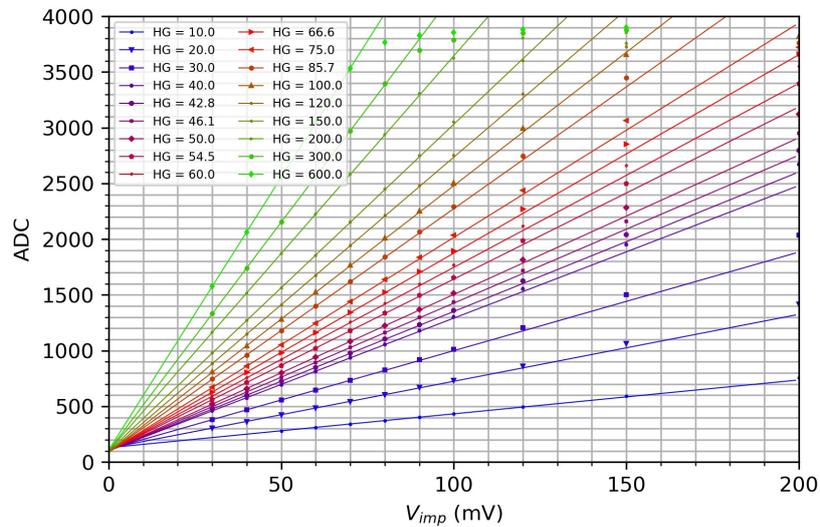


Figura 5.4: Curve di calibrazione per ogni valore di guadagno impostato.

Per rendere più comoda la consultazione sono state riportate tutte le curve acquisite sullo stesso grafico, mostrato in figura 5.4.

Per usare questo grafico si deve considerare la curva relativa al guadagno iniziale (che nel caso in esame è pari a 100 per tutti i canali).

Su questa curva si individua il punto corrispondente ai conteggi ADC del canale di cui si vuole modificare il guadagno, punto che corrisponde ad un certo valore in mV sull'asse delle ascisse. Fissato questo valore si traccia una retta parallela all'asse delle ordinate e si valutano tutte le intersezioni con le curve di calibrazione. Ogni intersezione corrisponderà ad un valore ADC.

A questo punto non resta che scegliere il valore ADC che si vuole ottenere su quel canale e individuare a quale curva di calibrazione corrisponde l'intersezione corrispondente, ottenendo quindi il guadagno da impostare.

A titolo esemplificativo si può considerare il canale 4 (collegato al PMT $P1_N$), che ha un picco per circa 900 conteggi ADC. Volendo abbassare il guadagno per portare i conteggi a circa 800 si può considerare la curva di calibrazione con guadagno 100. Come si può vedere in figura 5.4 a 900 conteggi corrisponde un impulso di ampiezza compresa fra 30 mV e 40 mV. Per ottenere 800 conteggi sarà necessario impostare un guadagno compreso fra 75 e 85.

Per una scelta più accurata, questa operazione si può reiterare, utilizzando di volta in volta la curva di calibrazione opportuna.

Scegliendo in questo modo i guadagni, canale per canale, si possono scegliere le condizioni in cui tutti i canali producono gli stessi conteggi ADC.

L'equalizzazione fra i conteggi ADC ottenuti dai diversi PMT si può ottenere

anche utilizzando tensioni di alimentazioni differenti per ogni fototubo.

Sul satellite, ad esempio, verranno raggruppati i PMT con caratteristiche simili in termini di guadagno ed ogni gruppo verrà alimentato con una tensione differente.

Per fare ciò è però necessario realizzare un set-up sperimentale più complesso e si perderebbe l'opportunità di mostrare la versatilità dell'elettronica utilizzata.

5.2 Acquisizione nelle condizioni scelte

In base alle considerazioni precedenti sono stati impostati i guadagni mostrati in tabella 5.2 ed è stata effettuata una acquisizione della durata di 3 ore per aumentare ancora il numero di eventi. Per questa misura sono stati acquisiti 8549 eventi.

Tabella 5.2: *Canali della trigger board, PMT e guadagni corrispondenti*

Canale	PMT	Guadagno
CH0	$T1_{SW}$	60
CH1	$T1_{NE}$	150
CH4	$P1_N$	85
CH5	$P1_S$	100
CH8	$P2_W$	40
CH6	$P2_E$	20
CH3	$P3_N$	100
CH2	$P3_S$	600

In figura 5.5 sono mostrati gli istogrammi ottenuti in queste condizioni.

Come si può vedere dagli istogrammi, i guadagni scelti consentono di produrre per tutti i PMT lo stesso numero di conteggi

Dagli istogrammi 2D corrispondenti, riportati in figura 5.6, il comportamento delle coppie di PMT è più evidente.

Per quel che riguarda i piani P1, P2 e P3 si può vedere che i conteggi ADC relativi alle coppie di PMT montati sullo stesso scintillatore si distribuiscono in maniera simmetrica rispetto alla bisettrice degli assi.

Per il segmento T1 invece si osserva un andamento quasi iperbolico, comunque simmetrico rispetto alla bisettrice degli assi.

Questo si può spiegare dal momento che il segmento è più sottile degli altri piani e diventa maggiormente determinante l'effetto di attenuazione luminosa lungo l'asse che congiunge i PMT.

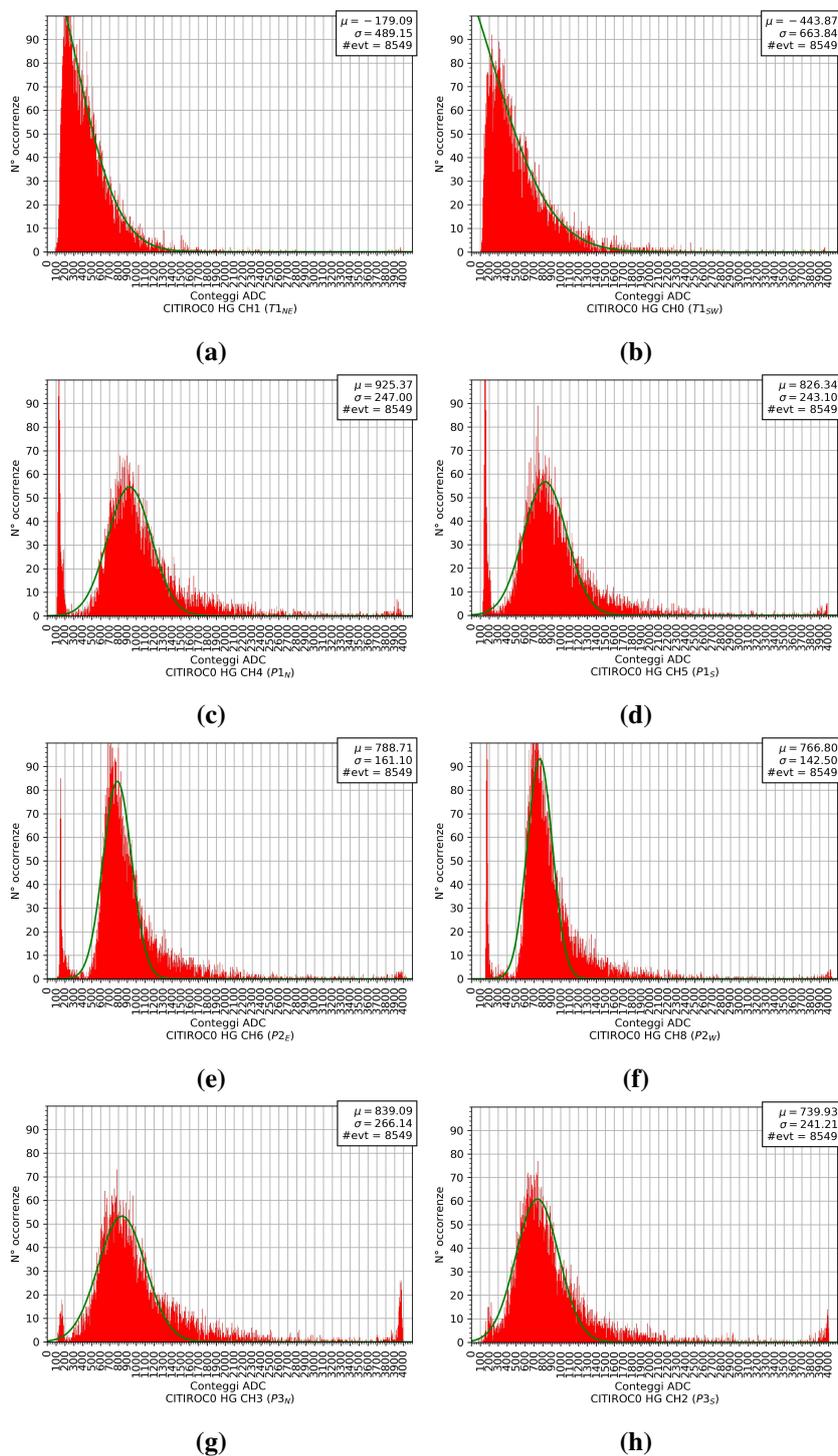


Figura 5.5: Istogrammi dei conteggi ADC acquisiti dai PMT impostando i guadagni di ogni canale secondo la tabella 5.2.

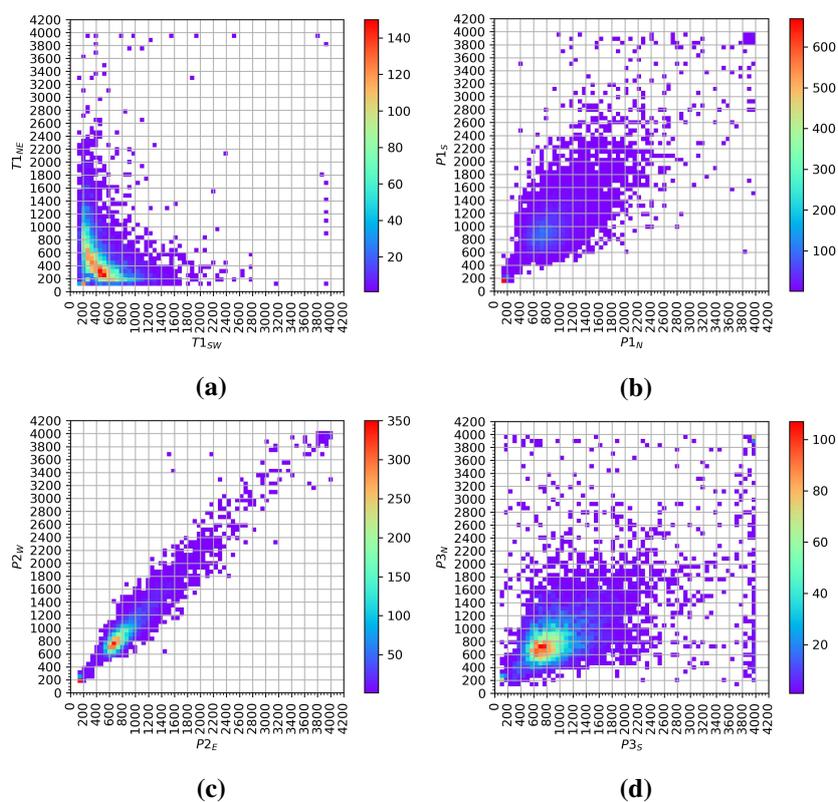


Figura 5.6: Istogrammi 2D dei conteggi ADC acquisiti dalle coppie di PMT montati sullo stesso scintillatore, impostando i guadagni secondo la tabella 5.2.

Quindi se una particella intercetta il segmento T1 in una posizione molto vicina ad uno dei due PMT, l'altro produrrà una carica molto più piccola.

Perciò ci si aspetta che per conteggi relativamente alti di uno dei due PMT corrispondano conteggi bassi dell'altro e viceversa, da cui l'andamento osservato negli istogrammi 2D.

Conclusioni e sviluppi futuri

Il lavoro di tesi presentato si è svolto nell'ambito della missione CSES-Limadou con lo scopo di valutare l'opportunità e gli eventuali vantaggi che deriverebbero dalle modifiche previste per la scheda di trigger e di acquisizione del calorimetro HEPD-02.

Durante l'attività di laboratorio sono state condotte una serie di misure in autonomia per caratterizzare i CITIROC presenti sulla scheda e fornire dati a supporto delle suddette valutazioni. Questo lavoro è stato organizzato nel modo seguente:

- Sono state apportate modifiche al firmware precedentemente sviluppato per scheda di front-end del calorimetro HEPD-01, in modo da poter configurare opportunamente i nuovi integrati ed abilitare le funzionalità aggiuntive che forniscono;
- In seguito è stato effettuato un primo set di misure per valutare il consumo in potenza della scheda ed appurare che il nuovo integrato rispettasse i limiti imposti dalle specifiche progettuali;
- Si è successivamente verificata la linearità dei DAC che consentono di regolare le soglie di trigger e sono state valutate le tensioni minime da applicare agli ingressi della scheda per superare tali soglie. In questo modo è stato possibile scegliere il range di tensioni da utilizzare per configurare i segnali prodotti dall'impulsatore;
- Sono state effettuate diverse misure per confrontare le due modalità con le quali è possibile acquisire il segnale prodotto dai preamplificatori: la modalità Track & Hold e la modalità Peak Detector.
- È stata condotta un'analisi di linearità dei preamplificatori in ingresso, ricavando inoltre delle curve di calibrazione necessarie per la selezione dei guadagni da impostare per le successive misure;
- Le informazioni ottenute dalle misure precedenti hanno permesso di testare le funzionalità della scheda sul modello di calorimetro presente in laboratorio, acquisendo i segnali provenienti dai tubi fotomoltiplicatori ed utilizzando le curve di calibrazione per equalizzare i conteggi ADC prodotti.

Per tutte le misure effettuate sono stati sviluppati una serie di script in linguaggio Python, utilizzati per l'automatizzazione dei processi di acquisizione, analisi

dati e realizzazione dei grafici. Con gli stessi script è inoltre possibile la configurazione degli ASIC e la scrittura e lettura dei registri della FPGA. La scelta del linguaggio di programmazione si è basata principalmente su preferenze personali e sulla velocità di sviluppo fornita da un linguaggio interpretato. Si potrà, in futuro, convertire gli script usando un linguaggio compilato per migliorare le prestazioni e velocizzare la fase di analisi dati.

Le conclusioni tratte dal lavoro svolto sono riportate di seguito.

L'utilizzo dei nuovi circuiti integrati, comporta un primo vantaggio che consiste nella possibilità di modificare i guadagni per ogni singolo canale. Questa caratteristica è assente negli ASIC utilizzati per HEPD-01, che invece permettono di regolare guadagni differenti solo fra le due linee High Gain e Low Gain. Inoltre i CITIROC consentono una migliore risoluzione nella scelta dei guadagni, utilizzando un maggior numero di bit.

Come accennato nel capitolo 5, sul satellite verranno realizzati gruppi di alimentazioni ai quali sono collegati un certo numero di PMT con guadagni simili. Questo consente di equalizzare il numero di conteggi ADC tramite la regolazione delle tensioni di alimentazione. Utilizzando i CITIROC è possibile migliorare la procedura di equalizzazione, effettuando una regolazione fine anche fra PMT alimentati alla stessa tensione.

Un ulteriore vantaggio consiste nella possibilità di utilizzare la modalità Peak Detector per l'acquisizione dei segnali. Le misure effettuate (vedi sezione 4.3) hanno permesso di verificare che l'utilizzo di questa modalità consente una maggiore precisione nella lettura dei conteggi ADC e permette di aumentare la finestra temporale di acquisizione dei segnali in ingresso. In questo modo si possono valutare correttamente anche i conteggi ADC relativi agli scintillatori LYSO, che hanno tempi di risposta maggiori rispetto agli scintillatori plastici.

L'uso delle funzionalità offerte dai nuovi circuiti integrati comporta un aumento del consumo in potenza della scheda, ma le misure effettuate hanno consentito di stimare che il consumo si mantiene al di sotto del limite di 5 W imposto dalle specifiche del progetto.

In base a queste considerazioni, si ritiene opportuna la scelta di utilizzare i CITIROC sulla scheda di front-end del calorimetro HEPD-02 che verrà realizzato per il prossimo satellite.

Attualmente è in fase di sviluppo una nuova scheda di test sulla quale saranno rimossi gli stadi di inversione del segnale in ingresso e sulla quale saranno presenti sia la sezione Hot che la sezione Cold.

Le procedure di test ed il software sviluppato potranno essere riutilizzati anche per le misure sulla nuova scheda.

Acquisendo un maggior numero di curve di calibrazione si potrà aggiungere al software la possibilità di automatizzare la procedura di regolazione dei guadagni.

Appendice A

Calcolo del gradiente adiabatico

In questa appendice verranno mostrati i calcoli necessari per ottenere i valori del gradiente adiabatico a cui si fa riferimento nel paragrafo 1.1.1 [3].

A.1 Variazione della pressione atmosferica con l'altitudine

Per il calcolo del gradiente adiabatico secco risulta comodo calcolare preventivamente l'andamento della pressione atmosferica con il variare dell'altitudine.

A tale scopo, fissato un sistema di riferimento con origine al suolo e asse z ortogonale ad esso e diretto verso l'alto, si consideri un volume d'aria di forma cilindrica con una delle basi che giace sulla superficie terrestre (come in figura A.1).

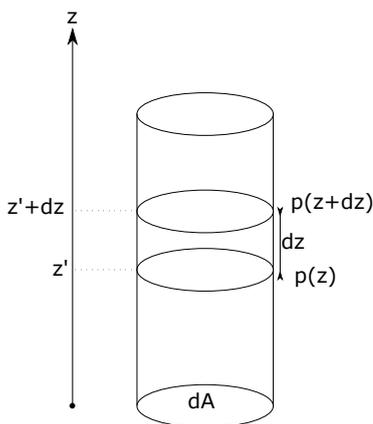


Figura A.1

La forza peso della massa d'aria contenuta nel volume infinitesimo $dAdz$ è data, in modulo, da $dF = -g \rho(z) dAdz$.

All'equilibrio idrostatico questa forza deve essere compensata dalle forze esercitate sulle due sezioni del cilindro dalla pressione dell'aria circostante: $p(z) \cdot dA$ e $-p(z + dz) \cdot dA$.

Quindi si ha:

$$dF + p(z)dA - p(z + dz)dA = 0$$

Esplicitando dF si ottiene:

$$(p(z + dz) - p(z)) dA = -g \rho(z) dAdz$$

Infine semplificando dA , dividendo per dz e facendo il limite per $dz \rightarrow 0$, si ottiene:

$$\frac{dp}{dz} = -g\rho(z) \quad (\text{A.1})$$

Essendo la densità una quantità definita positiva, la formula appena ottenuta mostra che all'aumentare dell'altitudine la pressione diminuisce.

Ricordando la legge dei gas perfetti $pV = \frac{m}{M_{aria}}RT$, si ottiene:

$$p(z) = \frac{m}{V} \frac{RT(z)}{M_{aria}} \quad (\text{A.2})$$

dove M_{aria} è la massa molare dell'aria.

Dal momento che la densità dell'aria è pari a $\rho = m/V$ si ottiene quindi che:

$$p(z) = \rho(z) \frac{RT(z)}{M_{aria}}$$

ovvero:

$$\rho(z) = \frac{M_{aria}}{RT(z)} p(z) \quad (\text{A.3})$$

Sostituendo quest'ultima nella (A.1) si ottiene:

$$\frac{dp}{dz} = -\frac{gM_{aria}}{RT(z)} p(z) \quad (\text{A.4})$$

che si può riscrivere isolando la pressione:

$$\frac{1}{p(z)} \frac{dp}{dz} = -\frac{gM_{aria}}{RT(z)} \quad (\text{A.5})$$

L'integrazione di questa equazione differenziale è semplice solo nel caso in cui ci si limiti a variazioni di altitudine Δz sufficientemente piccole da poter considerare la temperatura costante. In questo caso si otterrebbe:

$$p(z) = p_0 e^{-\frac{z}{H}} \quad (\text{A.6})$$

Dove è stata definita $H = \frac{RT}{gM_{aria}}$ la lunghezza caratteristica alla quale la pressione assume approssimativamente un terzo del suo valore a livello del suolo p_0 .

Riordinando i vari termini della (A.5) si può ricavare la seguente formula, che tornerà utile in seguito:

$$\frac{RT(z)}{M_{aria}} \frac{1}{p(z)} \frac{dp}{dz} = -g \quad (\text{A.7})$$

A.2 Gradiente adiabatico secco

A questo punto è possibile calcolare il gradiente adiabatico secco.

Si consideri un volume di aria a contatto col suolo, che non scambia nè particelle nè calore con l'aria circostante.

Spinto verso l'alto dalla massa di aria fredda che scende, il volume considerato subisce una variazione di volume dovuta al fatto che la pressione ad altitudini maggiori è minore (come osservato in A.1).

La corrispondente variazione di energia interna, dalla prima legge della termodinamica, è:

$$dU = dQ + dW$$

Dove $dQ = 0$ in quanto non si ha scambio di calore con l'aria circostante, e $dW = -p(z)dV$ è il lavoro compiuto sul volume d'aria considerato, durante l'espansione.

Quindi si può scrivere:

$$dU = -p(z)dV \quad (\text{A.8})$$

Per un gas ideale, si ha inoltre che

$$dU = m C_v^{aria} dT$$

dove C_v^{aria} è la capacità termica a volume costante.

Sostituendo quest'ultima nella (A.8) si ottiene:

$$-p(z)dV = m C_v^{aria} dT \quad (\text{A.9})$$

Differenziando la legge dei gas perfetti si ha che:

$$d(pV) = \frac{m}{M_{aria}} R dT(z)$$

$$pdV + Vdp = \frac{m}{M_{aria}} R dT(z)$$

Ed infine:

$$-pdV = -\frac{m}{M_{aria}} R dT(z) + Vdp \quad (\text{A.10})$$

Dal confronto fra (A.9) e (A.10) si ottiene:

$$-\frac{m}{M_{aria}} R dT(z) + Vdp = m C_v^{aria} dT$$

ovvero

$$\left(m C_v^{aria} + \frac{m}{M_{aria}} R \right) dT(z) = Vdp \quad (\text{A.11})$$

Infine usando ancora la legge dei gas perfetti e scrivendo il volume come $V = m \frac{RT(z)}{M_{aria} p(z)}$, si ottiene:

$$\left(m C_v^{aria} + \frac{m}{M_{aria}} R \right) dT(z) = m \frac{RT(z)}{M_{aria}} \frac{1}{p(z)} dp \quad (\text{A.12})$$

Semplificando m e dividendo per dz si ottiene infine:

$$\left(C_v^{aria} + \frac{R}{M_{aria}} \right) \frac{dT}{dz} = \frac{RT(z)}{M_{aria}} \frac{1}{p(z)} \frac{dp}{dz} \quad (\text{A.13})$$

A destra si può riconoscere la (A.7) ricavata in precedenza e quindi si ha:

$$\begin{aligned} \left(C_v^{aria} + \frac{R}{M_{aria}} \right) \frac{dT}{dz} &= -g \\ \frac{dT}{dz} &= - \frac{g}{C_v^{aria} + \frac{R}{M_{aria}}} \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Al denominatore si può riconoscere la capacità termica a pressione costante per un gas ideale: $C_p^{aria} = C_v^{aria} + \frac{R}{M_{aria}}$ ed infine si arriva alla formula:

$$\frac{dT}{dz} = - \frac{g}{C_p^{aria}} \quad (\text{A.15})$$

Essendo $C_p^{aria} = 1005 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$, sostituendo il valore di g si ottiene proprio:

$$\frac{dT}{dz} = -9.75 \text{ K/km.}$$

A.3 Gradiente adiabatico umido

Per calcolare il gradiente adiabatico umido è necessario aggiungere il calore scambiato fra la massa d'aria presa in considerazione e l'aria circostante, dovuto alla liberazione del calore latente che si ha durante la condensazione.

Si dovrà quindi aggiungere il termine $dQ = -\Delta H_v dm_v$ alla (A.9):

$$-p(z)dV - \Delta H_v dm_v = m C_v^{aria} dT \quad (\text{A.16})$$

Dove ΔH_v è il calore latente di evaporazione dell'acqua, mentre m_v è la massa di acqua allo stato gassoso nel volume di aria considerato.

Usando la (A.10) si ricava:

$$- \frac{m}{M_{aria}} R dT(z) + V dp - \Delta H_v dm_v = m C_v^{aria} dT \quad (\text{A.17})$$

Sostituendo l'espressione del volume con quella che si ricava dalla legge dei gas perfetti $V = m \frac{RT(z)}{M_{aria} p(z)}$, si ha:

$$- \frac{m}{M_{aria}} R dT(z) + m \frac{RT(z)}{M_{aria}} \frac{1}{p(z)} dp - \Delta H_v dm_v = m C_v^{aria} dT \quad (A.18)$$

Dividendo per dz ed usando la (A.7) si ricava:

$$- \frac{m}{M_{aria}} R \frac{dT}{dz} - mg - \Delta H_v \frac{dm_v}{dz} = m C_v^{aria} \frac{dT}{dz} \quad (A.19)$$

e quindi, dividendo tutto per m e introducendo quello che in meteorologia si definisce *rapporto di mescolanza*: $w_v = \frac{m_v}{m}$, si ottiene:

$$\begin{aligned} -g &= \left(C_v^{aria} + \frac{R}{M_{aria}} \right) \frac{dT}{dz} + \Delta H_v \frac{dw_v}{dz} \\ -g &= C_p^{aria} \frac{dT}{dz} + \Delta H_v \frac{dw_v}{dz} \end{aligned} \quad (A.20)$$

Si può far comparire all'ultimo termine la derivata della temperatura rispetto a z usando la regola della derivata delle funzioni composte: $\frac{dw_v}{dz} = \frac{dw_v}{dT} \frac{dT}{dz}$ e quindi sostituire nella precedente:

$$-g = C_p^{aria} \frac{dT}{dz} + \Delta H_v \frac{dw_v}{dT} \frac{dT}{dz} \quad (A.21)$$

Si giunge così alla formula:

$$\frac{dT}{dz} = - \frac{g}{C_p^{aria} + \Delta H_v \frac{dw_v}{dT}} \quad (A.22)$$

Sviluppando opportunamente il termine $\frac{dw_v}{dT}$ (i dettagli di questo sviluppo sono riportati a pagina 726 di [3]) e sostituendo i rimanenti valori numerici, si giunge quindi al risultato:

$$\frac{dT}{dz} = -5.8 \text{ K/km.}$$

Appendice B

Dinamica del plasma ionosferico

In questa appendice verranno mostrate le equazioni della magnetoidrodinamica necessarie per studiare le proprietà plasma ionosferico e l'interazione di quest'ultimo con i campi elettromagnetici [4][35][36].

B.1 Equazioni della fluidodinamica della ionosfera

Il plasma contenuto nella ionosfera può essere descritto tramite un modello in cui gas di elettroni e di ioni sono immersi in un gas neutro.

Tramite questo modello è possibile ricavare i parametri di interesse per lo studio della ionosfera: la conducibilità elettrica, la frequenza di plasma e l'indice di rifrazione.

Di seguito, per semplicità, si terrà conto della presenza del gas neutro solo per il calcolo della conducibilità e dell'indice di rifrazione.

Per ottenere l'espressione della frequenza di plasma, invece, si considererà un plasma costituito dal solo gas ionizzato.

B.1.1 Equazione di continuità per la densità di massa

Dal principio di conservazione della massa si ricava che, considerata una superficie Σ che racchiude un volume V di un fluido, il flusso di materia che attraversa la superficie, in un certo intervallo di tempo, deve corrispondere alla variazione di massa all'interno del volume. In formule:

$$-\int_V dV \frac{\partial \rho}{\partial t} = \int_{\Sigma} d\sigma \hat{n} \cdot \mathbf{U} \rho \quad (\text{B.1})$$

dove ρ è la densità di materia, \hat{n} è il versore normale alla superficie $d\sigma$ e \mathbf{U} è il campo di velocità del fluido.

Utilizzando il teorema di Gauss si ottiene:

$$- \int_V dV \frac{\partial \rho}{\partial t} = \int_V dV \nabla \cdot (\mathbf{U} \rho) \quad (\text{B.2})$$

Dall'arbitrarietà del volume V si ottiene infine l'equazione di continuità seguente:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{U} \rho) = 0 \quad (\text{B.3})$$

Esplicitando la divergenza del prodotto¹ si ricava:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla \rho + \rho \nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad (\text{B.4})$$

Nei primi due termini si può riconoscere la derivata totale:

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 \frac{dx_j}{dt} \frac{\partial}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla$$

e quindi si ottiene:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot \mathbf{U} \quad (\text{B.5})$$

Se il fluido è incomprimibile, si ha $\frac{d\rho}{dt} = 0$ per definizione.

Questo vuol dire che $\nabla \cdot \mathbf{U} = 0$ e quindi, per un fluido incomprimibile, l'equazione (B.4) si può scrivere nel seguente modo:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\mathbf{U} \cdot \nabla \rho \quad (\text{B.6})$$

Se il fluido è ionizzato alla formula (B.3) è necessario aggiungere il contributo dato dalla formazione degli ioni e dall'eventuale ricombinazione con gli elettroni. Inoltre è necessario scrivere equazioni separate per il gas di elettroni e quello delle varie specie chimiche di ioni presenti nel plasma.

L'equazione di continuità diventa quindi:

$$\frac{\partial \rho_j}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_j \mathbf{V}_j) = (P_j - L_j) M_j \quad (\text{B.7})$$

dove:

- Si usa l'indice j per distinguere le grandezze relative al gas di elettroni ed alle varie specie chimiche di ioni;

¹ $\nabla \cdot (\mathbf{U} \rho) = \sum_{j=1}^3 \partial_j (U_j \rho) = \sum_{j=1}^3 (\rho \partial_j U_j + U_j \partial_j \rho) = \rho \nabla \cdot \mathbf{U} + \mathbf{U} \cdot \nabla \rho$

- P_j rappresenta il numero di ioni (o di elettroni) prodotti nell'unità di volume e nell'unità di tempo;
- L_j rappresenta il numero di ioni (o di elettroni) che si ricombinano nell'unità di volume e nell'unità di tempo;
- M_j rappresenta la massa del gas;
- \mathbf{V}_j rappresenta il campo di velocità del gas.

Data la conservazione della carica elettrica è necessario che, sommando sull'indice j , la differenza fra il numero di cariche prodotte e ricombinate corrisponda alla differenza fra il numero di elettroni prodotti e ricombinati nell'intero plasma, cioè:

$$\sum_{j=1}^N (P_j - L_j) = P_e - L_e \quad (\text{B.8})$$

dove P_e è il numero totale di elettroni prodotti e L_e è il numero totale di elettroni ricombinati.

B.1.2 Equazione di stato dei gas perfetti

Alle equazioni di continuità per la massa dei gas che costituiscono il plasma si va ad aggiungere l'equazione di stato dei gas perfetti.

L'equazione assume la seguente forma:

$$p_j = \frac{\rho_j}{M_j} k_B T_j \quad (\text{B.9})$$

dove:

- p_j rappresenta la pressione del gas indicato con j ;
- ρ_j/M_j è la densità numerica del gas ($\rho_j/M_j = n_j$);
- k_B rappresenta la costante di Boltzmann;
- T_j è la temperatura.

B.1.3 Equazione di conservazione della quantità di moto

Trovate le equazioni di continuità per la densità di massa e l'equazione di stato dei gas perfetti, è necessario tener conto anche della conservazione della quantità di moto.

In alcuni testi questa grandezza viene definita *momento lineare* e da qui in poi si utilizzerà questo nome per questioni di brevità.

Nel caso specifico di un fluido è necessario considerare la *densità di momento*, ovvero la quantità $\rho_j \mathbf{V}_j$.

Analogamente a quanto fatto per la conservazione della massa, si può dire che, in assenza di forze che agiscono sul fluido, il flusso della densità di momento che attraversa la superficie Σ deve corrispondere alla variazione della densità di momento nel volume V racchiuso in Σ .

In formule:

$$\int_V dV \frac{\partial (\rho_j \mathbf{V}_j)}{\partial t} = - \int_{\Sigma} d\sigma \hat{\mathbf{n}} \cdot \boldsymbol{\pi}_j \quad (\text{B.10})$$

dove $\boldsymbol{\pi}_j$ è il tensore densità di momento².

All'equazione (B.10) vanno aggiunte le forze alle quali è sottoposto il fluido, fra cui quella dovuta alla pressione esterna che si scrive come $-\int_V dV \nabla p_j$.

Perciò, indicando con \mathbf{f}_j la risultante delle restanti forze per unità di volume, si potrà scrivere:

$$\int_V dV \frac{\partial (\rho_j \mathbf{V}_j)}{\partial t} = - \int_{\Sigma} d\sigma \hat{\mathbf{n}} \cdot \boldsymbol{\pi}_j - \int_V dV \nabla p_j + \int_V dV \mathbf{f}_j \quad (\text{B.11})$$

Utilizzando ancora il teorema di Gauss e dall'arbitrarietà del volume V si ottiene la seguente relazione locale:

$$\frac{\partial (\rho_j \mathbf{V}_j)}{\partial t} = -\nabla \cdot \boldsymbol{\pi}_j - \nabla p_j + \mathbf{f}_j \quad (\text{B.12})$$

Si può ora esplicitare il tensore densità di momento $\boldsymbol{\pi}_j$ dovuto al moto del fluido.

Questo tensore è definito come $\boldsymbol{\pi}_j = \mathbf{V}_j \otimes \rho_j \mathbf{V}_j$, che in componenti assume la seguente forma:

$$(\pi_j)_{lm} = \rho_j (V_j)_l (V_j)_m \quad (\text{B.13})$$

In questo modo il termine $\nabla \cdot \boldsymbol{\pi}_j$ diventa:

$$\begin{aligned} (\nabla \cdot \boldsymbol{\pi}_j)_l &= \sum_{m=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_m} (\rho_j (V_j)_l (V_j)_m) \\ &= \sum_m \left(\rho_j (V_j)_l \frac{\partial (V_j)_m}{\partial x_m} + (V_j)_m \frac{\partial (\rho_j (V_j)_l)}{\partial x_m} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

cioè:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\pi}_j = \rho_j \mathbf{V}_j (\nabla \cdot \mathbf{V}_j) + \mathbf{V}_j \cdot \nabla (\rho_j \mathbf{V}_j) \quad (\text{B.15})$$

Sostituendo quest'ultima nella (B.12) si ottiene:

$$\frac{\partial (\rho_j \mathbf{V}_j)}{\partial t} = -\rho_j \mathbf{V}_j (\nabla \cdot \mathbf{V}_j) - \mathbf{V}_j \cdot \nabla (\rho_j \mathbf{V}_j) - \nabla p_j + \mathbf{f}_j \quad (\text{B.16})$$

²Dato che $\boldsymbol{\pi}_j$ è un tensore, il prodotto $\hat{\mathbf{n}} \cdot \boldsymbol{\pi}_j$ che compare nell'integrale rappresenta una grandezza vettoriale: $(\hat{\mathbf{n}} \cdot \boldsymbol{\pi}_j)_m = \sum_{l=1}^3 n_l (\pi_j)_{lm} \quad m = 1, 2, 3$

da cui:

$$\frac{\partial(\rho_j \mathbf{V}_j)}{\partial t} + \mathbf{V}_j \cdot \nabla(\rho_j \mathbf{V}_j) = -\rho_j \mathbf{V}_j (\nabla \cdot \mathbf{V}_j) - \nabla p_j + \mathbf{f}_j \quad (\text{B.17})$$

A sinistra si può riconoscere la derivata totale di $\rho_j \mathbf{V}_j$ rispetto al tempo e quindi si ottiene:

$$\frac{d(\rho_j \mathbf{V}_j)}{dt} = -\rho_j \mathbf{V}_j (\nabla \cdot \mathbf{V}_j) - \nabla p_j + \mathbf{f}_j \quad (\text{B.18})$$

Per un fluido incomprimibile $\frac{d\rho_j}{dt} = -\rho_j \nabla \cdot \mathbf{V}_j = 0$ e nell'ultima equazione si può portare ρ_j fuori della derivata e cancellare i termini contenenti la divergenza di \mathbf{V}_j , ottenendo:

$$\rho_j \frac{d\mathbf{V}_j}{dt} = -\nabla p_j + \mathbf{f}_j \quad (\text{B.19})$$

A questo punto va esplicitata la densità della risultate delle forze \mathbf{f}_j .

In particolare bisogna considerare i seguenti termini:

- Il contributo di attrazione gravitazionale $\rho_j \mathbf{g}$;
- Il contributo del campo elettrico $n_j Q_j \mathbf{E}$;
- Il contributo del campo magnetico $n_j Q_j (\mathbf{V}_j \times \mathbf{B})$.

Inoltre, a causa delle collisioni che subiscono le particelle nel plasma (elettroni, ioni e particelle neutre), si sviluppa una forza di attrito viscoso del tipo:

$$\mathbf{f}_{v_j} = - \sum_k \rho_j \nu_{jk} (\mathbf{V}_j - \mathbf{V}_k) \quad (\text{B.20})$$

dove ν_{jk} rappresenta la frequenza di collisione fra la specie j e la specie k .

Perciò nel caso di un gas ionizzato, la conservazione della quantità di moto viene descritta dalla seguente equazione:

$$\rho_j \frac{d\mathbf{V}_j}{dt} = -\nabla p_j + \rho_j \mathbf{g} + n_j Q_j (\mathbf{E} + \mathbf{V}_j \times \mathbf{B}) - \sum_k \rho_j \nu_{jk} (\mathbf{V}_j - \mathbf{V}_k) \quad (\text{B.21})$$

B.1.4 Sistema di equazioni

Il sistema di equazioni per il gas ionizzato, è quindi il seguente:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho_j}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_j \mathbf{V}_j) = (P_j - L_j) M_j \end{array} \right. \quad (\text{B.22a})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} p_j = \frac{\rho_j}{M_j} k_B T_j \end{array} \right. \quad (\text{B.22b})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_j \frac{d\mathbf{V}_j}{dt} = -\nabla p_j + \rho_j \mathbf{g} + n_j Q_j (\mathbf{E} + \mathbf{V}_j \times \mathbf{B}) + \\ \quad - \sum_k \rho_j \nu_{jk} (\mathbf{V}_j - \mathbf{V}_k) \end{array} \right. \quad (\text{B.22c})$$

A queste vanno aggiunte le equazioni di Maxwell³:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{\rho_c}{\epsilon_0} & \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} & \nabla \times \mathbf{B} &= \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu_0 \mathbf{J}\end{aligned}$$

e l'equazione di continuità per la carica elettrica:

$$\frac{\partial \rho_c}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J} = 0$$

dove $\rho_c = \sum_j n_j Q_j$ rappresenta la densità di carica totale del plasma (quindi sia del gas di elettroni che del gas di ioni).

È possibile ricorrere ad alcune semplificazioni:

- La densità di corrente \mathbf{J} , nella ionosfera, è in genere molto maggiore rispetto alla corrente indotta $\epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$, per cui quest'ultima si può trascurare;
- Il campo magnetico terrestre varia molto lentamente nel tempo, per cui si può porre $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \simeq 0$;
- Dalla richiesta di neutralità del plasma si ha $\frac{\partial \rho_c}{\partial t} \simeq 0$ e quindi dall'equazione di continuità si ha $\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho_c}{\partial t} = 0$.

Perciò il sistema di equazioni di Maxwell diventa:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{\rho_c}{\epsilon_0} & \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} &= 0 & \nabla \times \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{J}\end{aligned}$$

con l'equazione di continuità che diventa:

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$$

B.2 Campo elettrico e conducibilità del plasma nella ionosfera

Dai sistemi di equazioni appena descritti è innanzitutto possibile ricavare la conducibilità del plasma ionosferico.

Per farlo bisogna innanzitutto ricavare il campo di velocità \mathbf{V}_j delle particelle, per poi ottenere la densità di corrente \mathbf{J} .

³Dato che in un plasma elettroni e ioni sono considerati liberi, non sono presenti nè cariche di polarizzazione nè correnti superficiali e quindi si possono usare le equazioni di Maxwell nel vuoto.

Si può partire dall'equazione (B.22c), che per chiarezza viene riportata di seguito:

$$\rho_j \frac{d\mathbf{V}_j}{dt} = -\nabla p_j + \rho_j \mathbf{g} + n_j Q_j (\mathbf{E} + \mathbf{V}_j \times \mathbf{B}) - \sum_k \rho_j \nu_{jk} (\mathbf{V}_j - \mathbf{V}_k)$$

Per effettuare ulteriori semplificazioni si possono considerare gli ordini di grandezza delle seguenti quantità:

$$\rho_j \frac{d\mathbf{V}_j}{dt} \quad (\text{B.23})$$

$$n_j Q_j \mathbf{V}_j \times \mathbf{B} \quad (\text{B.24})$$

$$\sum_k \rho_j \nu_{jk} (\mathbf{V}_j - \mathbf{V}_k) \quad (\text{B.25})$$

Riscrivendo la (B.24) in modo da esplicitare il modulo del campo magnetico e sostituendo $n_j = \rho_j / M_j$, si ottiene:

$$\begin{aligned} n_j Q_j \mathbf{V}_j \times \mathbf{B} &= \rho_j \left(\frac{Q_j B}{M_j} \right) \mathbf{V}_j \times \hat{\mathbf{B}} \\ &= \rho_j \omega_j \mathbf{V}_j \times \hat{\mathbf{B}} \end{aligned} \quad (\text{B.26})$$

dove ω_j è chiamata *pulsazione di ciclotrone*.

Indicando con τ il tempo caratteristico entro il quale la velocità \mathbf{V}_j subisce delle variazioni, l'ordine di grandezza di (B.23) è pari a V_j / τ .

I periodi associati alla frequenza di collisione ν_{jk} ed alla pulsazione di ciclotrone sono in genere molto minori rispetto a τ (cioè $\tau \gg \omega_j^{-1}$, ν_{jk}^{-1}), quindi il termine (B.23) può essere trascurato nella (B.22c).

Si ottiene perciò:

$$\begin{aligned} 0 &\simeq \rho_j \frac{d\mathbf{V}_j}{dt} = \\ &= -\nabla p_j + \rho_j \mathbf{g} + n_j Q_j (\mathbf{E} + \mathbf{V}_j \times \mathbf{B}) - \sum_k \rho_j \nu_{jk} (\mathbf{V}_j - \mathbf{V}_k) \end{aligned} \quad (\text{B.27})$$

Infine utilizzando la legge dei gas perfetti (B.22b) si può sostituire, nella (B.27), la pressione $p_j = \frac{\rho}{M_j} k_B T = n_j k_B T_j$ ed esplicitare ρ_j per ottenere:

$$\begin{aligned} 0 &= -\nabla (n_j k_B T_j) + n_j M_j \mathbf{g} + n_j Q_j (\mathbf{E} + \mathbf{V}_j \times \mathbf{B}) + \\ &\quad - \sum_k n_j M_j \nu_{jk} (\mathbf{V}_j - \mathbf{V}_k) \end{aligned} \quad (\text{B.28})$$

Per semplificare i successivi calcoli si considererà un plasma costituito da una sola specie di ioni, ionizzati una sola volta ed a temperatura costante.

Inoltre si trascureranno i contributi dovuti alle collisioni elettrone-elettrone e ione-ione, considerando solo quelli dovuti a collisioni fra particelle cariche e particelle neutre.

In questo modo si possono scrivere le due equazioni seguenti per il gas di ioni e per il gas di elettroni:

$$0 = -k_B T_i \nabla n + n M \mathbf{g} + ne (\mathbf{E} + \mathbf{V}_i \times \mathbf{B}) - n M \nu_{in} (\mathbf{V}_i - \mathbf{U}) \quad (\text{B.29})$$

$$0 = -k_B T_e \nabla n + n m \mathbf{g} - ne (\mathbf{E} + \mathbf{V}_e \times \mathbf{B}) - n m \nu_{en} (\mathbf{V}_e - \mathbf{U}) \quad (\text{B.30})$$

dove:

- L'indice i distingue le grandezze relative agli ioni, l'indice e quelle relative agli elettroni, l'indice n quelle relative alle particelle neutre;
- È stata sfruttata la neutralità del plasma $n_i = n_e = n$;
- m ed M sono rispettivamente la massa dell'elettrone e la massa del singolo ione;
- e è la carica dell'elettrone (quindi $Q_i = e$ mentre $Q_e = -e$);
- ν_{en} è la frequenza di collisione degli elettroni con le particelle neutre mentre ν_{in} è quella degli ioni con particelle neutre;
- \mathbf{U} è il campo di velocità del gas neutro.

Il termine $\mathbf{V}_j - \mathbf{U}$ (con j che può essere e oppure i) rappresenta il campo delle velocità relative delle particelle cariche rispetto a quelle neutre.

Tutte le grandezze che compaiono in (B.29) e (B.30) sono valutate nel sistema di riferimento solidale alla Terra (indicato con K).

Per semplificare le equazioni (B.29) e (B.30) è possibile considerare un sistema di riferimento K' solidale al gas neutro. Il sistema K' si muoverà con velocità \mathbf{U} rispetto a K .

In approssimazione non relativistica quindi, il campo di velocità \mathbf{V}'_j può essere scritto tramite le trasformazioni di Galilei:

$$\mathbf{V}'_j = \mathbf{V}_j - \mathbf{U} \quad (\text{B.31})$$

mentre, da considerazioni di elettrodinamica classica, i campi \mathbf{E} e \mathbf{B} subiscono le seguenti trasformazioni:

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E} + \mathbf{U} \times \mathbf{B} \quad (\text{B.32})$$

$$\mathbf{B}' = \mathbf{B} - \frac{\mathbf{U}}{c^2} \times \mathbf{E} \simeq \mathbf{B} \quad (\text{B.33})$$

dove nell'ultima si è considerato il termine $\frac{\mathbf{U}}{c^2} \times \mathbf{E}$ trascurabile in quanto $U \ll c$.

Scrivendo le equazioni (B.29) e (B.30) nel sistema di riferimento K' si ottiene:

$$0 = -k_B T_i \nabla n + n M \mathbf{g} + ne (\mathbf{E}' - \mathbf{U} \times \mathbf{B}) + ne (\mathbf{V}'_i + \mathbf{U}) \times \mathbf{B} - n M \nu_{in} \mathbf{V}'_i \quad (\text{B.34})$$

$$0 = -k_B T_e \nabla n + n m \mathbf{g} - ne (\mathbf{E}' - \mathbf{U} \times \mathbf{B}) - ne (\mathbf{V}'_e + \mathbf{U}) \times \mathbf{B} - n m \nu_{en} \mathbf{V}'_e \quad (\text{B.35})$$

Svolgendo semplici passaggi algebrici si può scrivere per la (B.34):

$$\mathbf{V}'_i - \frac{eB}{M\nu_{in}} \mathbf{V}'_i \times \hat{\mathbf{B}} = -\frac{k_B T_i}{M\nu_{in}} \frac{\nabla n}{n} + \frac{g}{\nu_{in}} \hat{\mathbf{g}} + \frac{e}{M\nu_{in}} \mathbf{E}' \quad (\text{B.36})$$

mentre, nel caso del gas di ioni, si ottiene analogamente:

$$\mathbf{V}'_e + \frac{eB}{m\nu_{en}} \mathbf{V}'_e \times \hat{\mathbf{B}} = -\frac{k_B T_e}{m\nu_{en}} \frac{\nabla n}{n} + \frac{g}{\nu_{en}} \hat{\mathbf{g}} - \frac{e}{m\nu_{en}} \mathbf{E}' \quad (\text{B.37})$$

Si possono definire le seguenti grandezze (utilizzando l'indice j per distinguere le grandezze relative agli elettroni da quelle relative agli ioni):

- $k_j = \frac{Q_j B}{M_j \nu_{jn}} = \frac{\omega_j}{\nu_{jn}}$, che rappresenta il rapporto fra la pulsazione di ciclotrone ω_j e la frequenza di collisione ν_{jn} ;
- $D_j = \frac{k_B T_j}{M_j \nu_{jn}}$, chiamato coefficiente di diffusione;
- $b_j = \frac{Q_j}{M_j \nu_{jn}}$, che è la mobilità delle particelle nel gas;
- $H_j = \frac{k_B T_j}{M_j g}$, che è una costante di scala, analoga a quella che compare in (A.6).

Quindi, ripristinando l'indice j , la (B.36) e la (B.37) si possono condensare nella seguente:

$$\mathbf{V}'_j - k_j \mathbf{V}'_j \times \hat{\mathbf{B}} = -D_j \frac{\nabla n}{n} + \frac{D_j}{H_j} \hat{\mathbf{g}} + b_j \mathbf{E}' \quad (\text{B.38})$$

Si può osservare che i coefficienti introdotti dipendono dalla frequenza di collisione. In particolare il coefficiente k_j fornisce informazioni sul moto delle particelle nel plasma.

Infatti si ha $k_j \gg 1$ quando la pulsazione di ciclotrone è molto maggiore della frequenza di collisione. Questo vuol dire che le particelle, prima di subire collisioni, seguono indisturbate il moto elicoidale intorno alle linee di campo magnetico.

Al contrario se $k_j \ll 1$ vuol dire che la frequenza di collisioni è molto maggiore rispetto alla pulsazione di ciclotrone e quindi il moto non sarà influenzato dalla presenza del campo magnetico.

L'equazione (B.38) si può ulteriormente semplificare trascurando i termini legati al gradiente ∇n e all'attrazione gravitazionale, ricavando quindi:

$$\mathbf{V}'_j - k_j \mathbf{V}'_j \times \hat{\mathbf{B}} = b_j \mathbf{E}' \quad (\text{B.39})$$

Ruotando il sistema K' in modo che l'asse z sia parallelo a \mathbf{B} si ottengono le equazioni scalari:

$$(V'_j)_x - k_j (V'_j)_y = b_j E'_x \quad (\text{B.40})$$

$$(V'_j)_y + k_j (V'_j)_x = b_j E'_y \quad (\text{B.41})$$

$$(V'_j)_z = b_j E'_z \quad (\text{B.42})$$

da cui si ottiene:

$$(V'_j)_x = \frac{b_j}{1+k_j^2} E'_x + \frac{k_j b_j}{1+k_j^2} E'_y \quad (\text{B.43})$$

$$(V'_j)_y = -\frac{k_j b_j}{1+k_j^2} E'_x + \frac{b_j}{1+k_j^2} E'_y \quad (\text{B.44})$$

$$(V'_j)_z = b_j E'_z \quad (\text{B.45})$$

Ricordando infine che $b_e = -b_i$, $k_e = -k_i$ (data la differenza di carica fra ioni ed elettroni) ed osservando che $k_j = b_j B$ si ricava:

$$(V'_i)_x - (V'_e)_x = \left(\frac{|b_e|}{1+k_e^2} + \frac{|b_i|}{1+k_i^2} \right) E'_x - \frac{1}{B} \left(\frac{k_e^2}{1+k_e^2} - \frac{k_i^2}{1+k_i^2} \right) E'_y \quad (\text{B.46})$$

$$(V'_i)_y - (V'_e)_y = \frac{1}{B} \left(\frac{k_e^2}{1+k_e^2} - \frac{k_i^2}{1+k_i^2} \right) E'_x + \left(\frac{|b_e|}{1+k_e^2} + \frac{|b_i|}{1+k_i^2} \right) E'_y \quad (\text{B.47})$$

$$(V'_i)_z - (V'_e)_z = (|b_i| + |b_e|) E'_z \quad (\text{B.48})$$

Queste relazioni si possono scrivere vettorialmente introducendo il seguente tensore:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_P & -\sigma_H & 0 \\ \sigma_H & \sigma_P & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.49})$$

Dove:

$$\sigma_0 = ne (|b_e| + |b_i|) \quad (\text{B.50})$$

$$\sigma_P = ne \left(\frac{|b_e|}{1+k_e^2} + \frac{|b_i|}{1+k_i^2} \right) \quad (\text{B.51})$$

$$\sigma_H = \frac{ne}{B} \left(\frac{k_e^2}{1+k_e^2} - \frac{k_i^2}{1+k_i^2} \right) \quad (\text{B.52})$$

ed esplicitando i coefficienti b_j e k_j si ottiene:

$$\sigma_0 = ne^2 \left(\frac{1}{m\nu_{en}} + \frac{1}{M\nu_{in}} \right) \quad (\text{B.53})$$

$$\sigma_P = ne^2 \left(\frac{\nu_{en}}{m(\nu_{en}^2 + \omega_e^2)} + \frac{\nu_{in}}{M(\nu_{in}^2 + \omega_i^2)} \right) \quad (\text{B.54})$$

$$\sigma_H = ne^2 \left(\frac{|\omega_e|}{m(\nu_{en}^2 + \omega_e^2)} - \frac{|\omega_i|}{M(\nu_{in}^2 + \omega_i^2)} \right) \quad (\text{B.55})$$

In questo modo le equazioni da (B.46) a (B.48) si possono scrivere tramite la seguente equazione vettoriale:

$$\mathbf{V}'_i - \mathbf{V}'_e = \frac{1}{ne} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{E}' \quad (\text{B.56})$$

Dato che la densità di corrente \mathbf{J}' si può scrivere come $\mathbf{J}' = ne(\mathbf{V}'_i - \mathbf{V}'_e)$ si trova la relazione fra densità di corrente e campo elettrico:

$$\mathbf{J}' = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{E}' \quad (\text{B.57})$$

Il tensore $\boldsymbol{\sigma}$ può quindi essere identificato come il tensore di conducibilità e i termini σ_0 , σ_P e σ_H prendono rispettivamente il nome di conducibilità specifica, conducibilità di Pedersen e conducibilità di Hall.

Come si può capire dalle equazioni da (B.46) a (B.48) la conducibilità specifica σ_0 è relativa alla direzione parallela alle linee del campo magnetico terrestre, mentre la conducibilità di Pedersen e quella di Hall sono relative a direzioni ortogonali ad esso.

Tornando al sistema di riferimento solidale alla Terra, dato che in approssimazione non relativistica $\mathbf{J}' = \mathbf{J}$, si può scrivere:

$$\mathbf{J} = \boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{E} + \mathbf{U} \times \mathbf{B}) \quad (\text{B.58})$$

Per spiegare la natura del campo elettrico \mathbf{E} bisogna tornare all'equazione (B.28), che viene riportata di seguito:

$$0 = -\nabla(n_j k_B T_j) + n_j M_j \mathbf{g} + n_j Q_j (\mathbf{E} + \mathbf{V}_j \times \mathbf{B}) + \\ - \sum_k n_j M_j \nu_{jk} (\mathbf{V}_j - \mathbf{V}_k)$$

Come si può intuire tutti i termini che compaiono in questa equazione, eccetto il campo \mathbf{E} , sono noti. Il campo elettrico nasce come reazione delle particelle contenute nel plasma alle forze dovute agli altri campi.

Infatti escludendo il campo elettrico, tutte le altre forze provocheranno degli spostamenti delle particelle nel plasma andando quindi a modificare la densità di carica totale ρ_c .

Questa variazione rende la divergenza di \mathbf{J} non nulla: $\nabla \cdot \mathbf{J} = \frac{\partial \rho_c}{\partial t}$.

Il campo \mathbf{E} viene prodotto dallo spostamento di queste cariche e va a ristabilire la condizione $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$.

Per avere una idea dei tempi caratteristici in cui agisce \mathbf{E} si può considerare per semplicità la conducibilità isotropa ed uniforme (in questo caso il tensore σ è diagonale con termini tutti uguali) e quindi $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$.

Considerando τ il tempo in cui ρ_c subisce una variazione, si può perciò scrivere $\nabla \cdot \mathbf{J} = \frac{\rho_c}{\tau}$.

Dalla equazione di continuità e dalla equazione di Maxwell $\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_c}{\epsilon_0}$ si ricava che:

$$\sigma = \frac{\nabla \cdot \mathbf{J}}{\nabla \cdot \mathbf{E}} \simeq \frac{\rho_c/\tau}{\rho_c/\epsilon_0} = \frac{\epsilon_0}{\tau}$$

da cui $\tau = \epsilon_0/\sigma$.

Considerando per σ il valore più piccolo che può assumere una qualunque delle sue componenti (σ_P, σ_H o σ_0) nella ionosfera, si ricava $\tau \simeq 10^{-6}$ s. Questo consente di dire che il campo elettrico si genera in tempi sufficientemente brevi da assicurare che $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ su scale temporali sufficientemente grandi.

Una volta chiarita la natura del campo elettrico è possibile calcolare la frequenza di plasma.

B.3 Frequenza di plasma

Dalle considerazioni della sezione precedente si ricava che, sotto l'azione del campo elettrico \mathbf{E} , le particelle che costituiscono il plasma tendono ad annullare gli effetti di eventuali spostamenti che subiscono a causa di forze esterne, in modo da ristabilire la situazione di equilibrio.

Tornando alle posizioni di equilibrio però, a causa dell'inerzia, seguiranno un moto oscillatorio con una frequenza chiamata *frequenza di plasma* [8][37][38].

Come si è visto dalla sezione precedente il campo elettrico si genera in tempi piuttosto brevi. Questo comporta, per gli elettroni, uno spostamento tanto rapido rispetto agli ioni da poter considerare questi ultimi fissi.

Per calcolare la frequenza di plasma quindi bisogna ricorrere alla equazione (B.22c), specializzata al moto del gas di elettroni, che viene riportata di seguito:

$$\rho_e \frac{d\mathbf{V}_e}{dt} = -\nabla p_e + \rho_e \mathbf{g} - n_e e (\mathbf{E} + \mathbf{V}_e \times \mathbf{B}) - \rho_e \nu_{en} (\mathbf{V}_e - \mathbf{U})$$

Ai fini del calcolo della frequenza di plasma, non è necessario tener conto del gas neutro. Perciò si considereranno solo i contributi degli elettroni e degli ioni

fissi. Si trascureranno gli effetti termici e gravitazionali ed essendo assente il gas neutro, l'ultimo termine della (B.22c) non compare.

Si può quindi scrivere, esplicitando la derivata totale di \mathbf{V}_e :

$$n_e m \left[\frac{\partial \mathbf{V}_e}{\partial t} + (\mathbf{V}_e \cdot \nabla) \mathbf{V}_e \right] = -n_e e \mathbf{E} \quad (\text{B.59})$$

È possibile risolvere questa equazione tramite il metodo di *linearizzazione*. Si considerano cioè le grandezze n_e , \mathbf{V}_e e \mathbf{E} come somme di un termine all'equilibrio (con pedice 0) ed un termine perturbativo (con pedice 1):

$$\begin{aligned} n_e &= n_0 + n_1 \\ \mathbf{V}_e &= \mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{E} &= \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_1 \end{aligned} \quad (\text{B.60})$$

Dato che all'equilibrio il plasma è neutro e gli elettroni si trovano nelle posizioni di equilibrio, si può scrivere:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_0}{\partial t} &= \frac{\partial \mathbf{V}_0}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{E}_0}{\partial t} = 0 \\ \nabla n_0 &= \mathbf{V}_0 = \mathbf{E}_0 = 0 \end{aligned} \quad (\text{B.61})$$

Quindi la (B.59) diventa:

$$m \left[\frac{\partial \mathbf{V}_1}{\partial t} + (\mathbf{V}_1 \cdot \nabla) \mathbf{V}_1 \right] = -e \mathbf{E}_1 \quad (\text{B.62})$$

Il termine $(\mathbf{V}_1 \cdot \nabla) \mathbf{V}_1$ è quadratico in \mathbf{V}_1 e quindi può essere trascurato.

Perciò si ottiene:

$$m \frac{\partial \mathbf{V}_1}{\partial t} = -e \mathbf{E}_1 \quad (\text{B.63})$$

Analogamente è possibile scrivere l'equazione di continuità nel seguente modo:

$$\frac{\partial}{\partial t} (n_0 + n_1) + \nabla \cdot [(n_0 + n_1) (\mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_1)] = 0 \quad (\text{B.64})$$

che in base a (B.61) diventa:

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + \nabla \cdot [(n_0 + n_1) \mathbf{V}_1] = 0 \quad (\text{B.65})$$

È possibile trascurare il termine $n_1 \mathbf{V}_1$ in quanto prodotto di due termini perturbativi, ottenendo:

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + n_0 \nabla \cdot \mathbf{V}_1 = 0 \quad (\text{B.66})$$

Infine si può scrivere l'equazione di Maxwell:

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_1 = \frac{\rho_c}{\epsilon_0} = -\frac{e}{\epsilon_0} (n_e - n_i) \quad (\text{B.67})$$

Per un plasma all'equilibrio le densità di elettroni e di ioni devono coincidere. Questo vuol dire che $n_{e0} = n_{i0}$ e quindi $(n_e - n_i)_0 = 0$.

Per quel che riguarda i termini perturbati, invece, $n_{i1} = 0$ perchè gli ioni si considerano fissi, e quindi $(n_e - n_i)_1 = n_{e1} \equiv n_1$.

Quindi si ha $(n_e - n_i) = (n_e - n_i)_0 + (n_e - n_i)_1 = n_1$ e di conseguenza:

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_1 = -\frac{e}{\epsilon_0} n_1 \quad (\text{B.68})$$

Il sistema di equazioni da risolvere diventa perciò:

$$\begin{cases} m \frac{\partial \mathbf{V}_1}{\partial t} + e \mathbf{E}_1 = 0 & (\text{B.69a}) \\ \frac{\partial n_1}{\partial t} + n_0 \nabla \cdot \mathbf{V}_1 = 0 & (\text{B.69b}) \\ \nabla \cdot \mathbf{E}_1 + \frac{e}{\epsilon_0} n_1 = 0 & (\text{B.69c}) \end{cases}$$

Per semplificare ulteriormente la risoluzione di questo problema supponiamo che il moto degli elettroni avvenga solo lungo l'asse x del sistema di riferimento scelto.

Assumendo che le oscillazioni degli elettroni intorno alle posizioni di equilibrio siano sinusoidali e con pulsazione ω_p , si può scrivere:

$$\begin{aligned} n_1 &= N e^{i(kx - \omega_p t)} + c.c. \\ \mathbf{V}_1 &= V e^{i(kx - \omega_p t)} \hat{\mathbf{x}} + c.c. \\ \mathbf{E}_1 &= E e^{i(kx - \omega_p t)} \hat{\mathbf{x}} + c.c. \end{aligned} \quad (\text{B.70})$$

Sostituendo queste espressioni nelle equazioni da (B.69a) a (B.69c), si ottiene il seguente sistema:

$$\begin{cases} -im\omega_p V + eE = 0 & (\text{B.71a}) \\ -\omega_p N + n_0 k V = 0 & (\text{B.71b}) \\ ik\epsilon_0 E + eN = 0 & (\text{B.71c}) \end{cases}$$

che fornisce:

$$\omega_p^2 = \frac{n_0 e^2}{m \epsilon_0} \quad (\text{B.72})$$

Da cui la frequenza di plasma:

$$\nu_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{e^2}{m \epsilon_0} n_0} \quad (\text{B.73})$$

B.4 Riflessione di onde elettromagnetiche sul plasma ionosferico

Per studiare come interagiscono le onde elettromagnetiche con il plasma della ionosfera, si deve ricavare la relazione di dispersione fra il vettore d'onda \mathbf{k} e la pulsazione ω .

Per farlo si può cominciare col considerare di nuovo l'equazione (B.22c) (riportata di seguito):

$$\rho_e \frac{d\mathbf{V}_e}{dt} = -\nabla p_e + \rho_e \mathbf{g} - n_e e (\mathbf{E} + \mathbf{V}_e \times \mathbf{B}) - \rho_e \nu_{en} (\mathbf{V}_e - \mathbf{U})$$

In questa formula vanno esplicitati i campi \mathbf{E} e \mathbf{B} in quanto, in questo caso, al campo geomagnetico e al campo elettrico visti in precedenza vanno aggiunti i campi dell'onda incidente.

Dato che all'equilibrio $\mathbf{E}_0 = 0$ si può subito scrivere $\mathbf{E} = \mathbf{E}_1$, dove \mathbf{E}_1 è il campo elettrico dell'onda incidente.

Il campo magnetico, invece, sarà $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1$, dove con \mathbf{B}_0 si indica il campo geomagnetico (che è presente nel plasma non perturbato dall'onda incidente) e con \mathbf{B}_1 il campo magnetico dell'onda incidente.

Si continueranno a trascurare i contributi gravitazionali e il gradiente di pressione ma non quello dovuto agli urti fra elettroni e particelle neutre.

Come nella sezione precedente si possono considerare gli ioni fissi. Dato che le particelle di gas neutro hanno anch'esse massa molto maggiore rispetto a quelle degli elettroni, si può considerare $\mathbf{V}_e \gg \mathbf{U}$ e quindi trascurare la velocità delle particelle neutre \mathbf{U} .

L'equazione (B.22c) diventa perciò (esplicitando la derivata totale):

$$m \left[\frac{\partial \mathbf{V}_e}{\partial t} + (\mathbf{V}_e \cdot \nabla) \mathbf{V}_e \right] = -e [\mathbf{E}_1 + \mathbf{V}_e \times (\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1)] - m \nu_{en} \mathbf{V}_e \quad (\text{B.74})$$

Utilizzando il metodo di linearizzazione visto nella sezione precedente si può perciò giungere alla seguente equazione:

$$m \frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t} + m \nu_{en} \mathbf{v}_1 + e \mathbf{v}_1 \times (\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1) = -e \mathbf{E}_1 \quad (\text{B.75})$$

Poichè il prodotto $\mathbf{v}_1 \times \mathbf{B}_1$ è di due termini perturbativi si può trascurare, ottenendo infine:

$$m \frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t} + m \nu_{en} \mathbf{v}_1 + e \mathbf{v}_1 \times \mathbf{B}_0 = -e \mathbf{E}_1 \quad (\text{B.76})$$

Considerando \mathbf{v}_1 sinusoidale con pulsazione ω , si può calcolare la derivata e scrivere:

$$-i\omega m \mathbf{v}_1 + m \nu_{en} \mathbf{v}_1 + e \mathbf{v}_1 \times \mathbf{B}_0 = -e \mathbf{E}_1 \quad (\text{B.77})$$

Orientando l'asse z lungo \mathbf{B}_0 e ricordando che $\mathbf{J} = -n_0 e \mathbf{v}_1$ si ottengono le tre equazioni scalari:

$$-i\omega m J_x + m\nu_{en} J_x + eB_0 J_y = n_0 e^2 E_{1x} \quad (\text{B.78})$$

$$-i\omega m J_y + m\nu_{en} J_y - eB_0 J_x = n_0 e^2 E_{1y} \quad (\text{B.79})$$

$$-i\omega m J_z + m\nu_{en} J_z = n_0 e^2 E_{1z} \quad (\text{B.80})$$

Tramite alcuni passaggi algebrici si ricavano le relazioni fra le componenti di \mathbf{J} e quelle di \mathbf{E}_1 :

$$J_x = i\epsilon_0 \frac{\omega_p^2 (\omega + i\nu_{en})}{\omega_e^2 - (\omega + i\nu_{en})^2} E_{1x} + \epsilon_0 \frac{\omega_p^2 |\omega_e|}{\omega_e^2 - (\omega + i\nu_{en})^2} E_{1y} \quad (\text{B.81})$$

$$J_y = -\epsilon_0 \frac{\omega_p^2 |\omega_e|}{\omega_e^2 - (\omega + i\nu_{en})^2} E_{1x} + i\epsilon_0 \frac{\omega_p^2 (\omega + i\nu_{en})}{\omega_e^2 - (\omega + i\nu_{en})^2} E_{1y} \quad (\text{B.82})$$

$$J_z = -i\epsilon_0 \frac{\omega_p^2}{\omega + i\nu_{en}} E_{1z} \quad (\text{B.83})$$

Da queste relazioni è possibile ricavare il tensore di conducibilità $\boldsymbol{\sigma}(\omega)$, che acquisisce, in questo caso, dipendenza dalla pulsazione dell'onda incidente⁴:

$$\boldsymbol{\sigma}(\omega) = \epsilon_0 \omega_p^2 \begin{pmatrix} -i \frac{(\omega + i\nu_{en})}{\omega_e^2 - (\omega + i\nu_{en})^2} & -\frac{|\omega_e|}{\omega_e^2 - (\omega + i\nu_{en})^2} & 0 \\ \frac{|\omega_e|}{\omega_e^2 - (\omega + i\nu_{en})^2} & -i \frac{(\omega + i\nu_{en})}{\omega_e^2 - (\omega + i\nu_{en})^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{i}{\omega + i\nu_{en}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_P(\omega) & -\sigma_H(\omega) & 0 \\ \sigma_H(\omega) & \sigma_P(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_0(\omega) \end{pmatrix} \quad (\text{B.84})$$

E quindi è possibile scrivere:

$$\mathbf{J} = \boldsymbol{\sigma}(\omega) \cdot \mathbf{E}_1 \quad (\text{B.85})$$

A questo punto si possono usare le equazioni di Maxwell per i rotori dei campi:

$$\nabla \times \mathbf{E}_1 = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{B.86})$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}_1}{\partial t} \quad (\text{B.87})$$

⁴Si osservi che, ponendo $\omega = 0$, si ricava il tensore di conducibilità (B.49) nel caso in cui si consideri la massa degli ioni M infinita.

Applicando l'operatore di rotore alla (B.86) si ricava:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}_1) = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}_1}{\partial t^2} \quad (\text{B.88})$$

ed utilizzando la (B.85) si ottiene:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}_1) = -\mu_0 \boldsymbol{\sigma}(\omega) \cdot \frac{\partial \mathbf{E}_1}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}_1}{\partial t^2} \quad (\text{B.89})$$

che, esplicitando le derivate temporali ed i rotori, diventa:

$$-\mathbf{k} \times (\mathbf{k} \times \mathbf{E}_1) = i\omega\mu_0 \boldsymbol{\sigma}(\omega) \cdot \mathbf{E}_1 + \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}_1 \quad (\text{B.90})$$

Svolgendo i prodotti vettoriali, ed usando la relazione $\epsilon_0\mu_0 = \frac{1}{c^2}$, si può scrivere:

$$k^2 \mathbf{E}_1 - \mathbf{k}(\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}_1) = \frac{\omega^2}{c^2} \left(\mathbf{1} + i \frac{\boldsymbol{\sigma}(\omega)}{\omega\epsilon_0} \right) \cdot \mathbf{E}_1 \quad (\text{B.91})$$

Il termine in parentesi, a destra, è chiamato tensore dielettrico $\boldsymbol{\varepsilon}(\omega) = \mathbf{1} + i \frac{\boldsymbol{\sigma}(\omega)}{\omega\epsilon_0}$. L'equazione precedente quindi può essere scritta nel seguente modo:

$$(k^2 \mathbf{1} - \mathbf{k}\mathbf{k}) \cdot \mathbf{E}_1 = \frac{\omega^2}{c^2} \boldsymbol{\varepsilon}(\omega) \cdot \mathbf{E}_1 \quad (\text{B.92})$$

oppure, introducendo il tensore $\mathcal{D} = k^2 \mathbf{1} - \mathbf{k}\mathbf{k} - \frac{\omega^2}{c^2} \boldsymbol{\varepsilon}(\omega)$, nel modo più compatto:

$$\mathcal{D} \cdot \mathbf{E}_1 = 0 \quad (\text{B.93})$$

Questa relazione rappresenta un sistema di tre equazioni scalari. Per ricavare la relazione di dispersione è sufficiente imporre a zero il determinante di tale sistema, ovvero del determinante di \mathcal{D} :

Si possono semplificare i conti considerando il campo \mathbf{E}_1 longitudinale a \mathbf{k} , con \mathbf{k} a sua volta è parallelo all'asse z , cioè $\mathbf{E}_1 \parallel \mathbf{k} = (0, 0, k)$.

Dato che:

$$\begin{aligned} k^2 \mathbf{1} - \mathbf{k}\mathbf{k} &= \begin{pmatrix} k^2 & 0 & 0 \\ 0 & k^2 & 0 \\ 0 & 0 & k^2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k^2 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} k^2 & 0 & 0 \\ 0 & k^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.94})$$

La matrice diventa:

$$\mathcal{D} = \begin{pmatrix} k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} - i \frac{\omega \sigma_P(\omega)}{c^2 \epsilon_0} & i \frac{\omega \sigma_H(\omega)}{c^2 \epsilon_0} & 0 \\ -i \frac{\omega \sigma_H(\omega)}{c^2 \epsilon_0} & k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} - i \frac{\omega \sigma_P(\omega)}{c^2 \epsilon_0} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\omega^2}{c^2} - i \frac{\omega^2 \sigma_0(\omega)}{c^2 \epsilon_0 \omega} \end{pmatrix} \quad (\text{B.95})$$

È necessario quindi calcolare il determinante di questa matrice ed imporlo a zero:

$$\begin{vmatrix} k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} - i \frac{\omega \sigma_P(\omega)}{c^2 \epsilon_0} & i \frac{\omega \sigma_H(\omega)}{c^2 \epsilon_0} & 0 \\ -i \frac{\omega \sigma_H(\omega)}{c^2 \epsilon_0} & k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} - i \frac{\omega \sigma_P(\omega)}{c^2 \epsilon_0} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\omega^2}{c^2} - i \frac{\omega \sigma_0(\omega)}{c^2 \epsilon_0} \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{B.96})$$

Per semplificare la trattazione si studierà solo una delle possibili soluzioni a tale equazione, ovvero:

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} + i \frac{\omega \sigma_P(\omega)}{c^2 \epsilon_0} + \frac{\omega \sigma_H(\omega)}{c^2 \epsilon_0} \quad (\text{B.97})$$

Che, esplicitando le espressioni di $\sigma_P(\omega)$ e di $\sigma_H(\omega)$, diventa:

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left[1 - \frac{\omega_p^2}{\omega} \cdot \frac{1}{\omega + |\omega_e| + i\nu_{en}} \right] \quad (\text{B.98})$$

Ricordando che l'indice di rifrazione di un mezzo è definito come $n = \frac{ck}{\omega}$ si ricava⁵:

$$n^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega} \cdot \frac{1}{\omega + |\omega_e| + i\nu_{en}} \quad (\text{B.99})$$

che si può scrivere separando la parte reale da quella immaginaria:

$$n^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega} \frac{\omega + |\omega_e|}{(\omega + |\omega_e|)^2 - \nu_{en}^2} + i \frac{\omega_p^2}{\omega} \frac{\nu_{en}}{(\omega + |\omega_e|)^2 - \nu_{en}^2} \quad (\text{B.100})$$

Come si può vedere l'indice di rifrazione dipende, oltre che dalla frequenza dell'onda elettromagnetica, dalla frequenza di plasma e dalla frequenza di collisioni con le particelle neutre.

Nel caso in cui n^2 assuma valori negativi, l'onda elettromagnetica diventa un'onda evanescente e non può propagarsi nel plasma. La riflessione dell'onda, quindi, avviene proprio per i valori di ω , diversi da ν_{en} , e per i quali n è immaginario.

⁵In questa trattazione, si ricordi, è stato considerato il caso $\mathbf{k} \parallel \mathbf{B}_0$. L'espressione di n^2 per angoli qualsiasi prende il nome di *formula di Appleton-Hartree*.

Si osservi, infine, che nel caso di un plasma non magnetizzato ($\mathbf{B}_0 = 0$, ovvero $\omega_e = 0$) ed in assenza del gas neutro (quindi $\nu_{en} = 0$), la relazione di dispersione diventa:

$$c^2 k^2 = \omega^2 - \omega_p^2 \quad (\text{B.101})$$

Dalla quale si osserva chiaramente quanto accennato in 1.1.6, ovvero che per frequenze minori della frequenza di plasma (e diverse dalla frequenza di collisione che comporterebbe l'assorbimento dell'onda incidente) si ha riflessione mentre per frequenze maggiori si ha propagazione dell'onda elettromagnetica.

Appendice C

Il teorema di Alfvén

In questa appendice verrà dimostrato il teorema di Alfvén il cui enunciato afferma che in un fluido ad elevata conducibilità, il flusso del campo magnetico attraverso una qualunque linea chiusa che si muova insieme al fluido è costante nel tempo [39][40].

Per dimostrarlo, si consideri un fluido in moto con velocità \mathbf{U} , caratterizzato da una conducibilità $\sigma \rightarrow \infty$. Dalla relazione (B.58) si osserva che, perchè \mathbf{J} resti una quantità finita, è necessario che sia:

$$\mathbf{E} + \mathbf{U} \times \mathbf{B} = 0 \quad (\text{C.1})$$

Dalla equazione di Maxwell per il rotore del campo elettrico si ricava quindi:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E} = \nabla \times (\mathbf{U} \times \mathbf{B}) \quad (\text{C.2})$$

Volendo calcolare la derivata temporale del flusso di \mathbf{B} attraverso una superficie aperta S del fluido, sarà necessario valutare il flusso in due istanti di tempo t e $t + dt$ e calcolare il limite del rapporto incrementale:

$$\frac{d\phi(\mathbf{B})}{dt} = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{\phi(t + dt) - \phi(t)}{dt} \quad (\text{C.3})$$

Il problema si riduce quindi al calcolo dei termini $\phi(t)$ e $\phi(t + dt)$.

Il termine $\phi(t)$ è definito nel modo seguente:

$$\phi(t) = - \int_S d\Sigma \mathbf{B}(t) \cdot \hat{\mathbf{n}} \quad (\text{C.4})$$

mentre per il calcolo di $\phi(t + dt)$ è necessario osservare che, oltre al flusso attraverso la superficie S , è necessario tener conto anche quello attraverso la superficie laterale S_L del cilindro che ha come basi la superficie S al tempo t ed al tempo $t + dt$, così come mostrato in figura C.1.

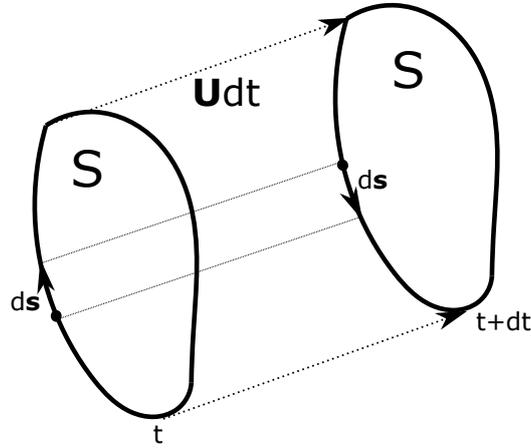


Figura C.1: Rappresentazione della superficie S in moto con velocità \mathbf{U} .

Si ottiene quindi la seguente relazione:

$$\phi(t+dt) = \int_S d\Sigma \mathbf{B}(t+dt) \cdot \hat{\mathbf{n}} + \oint_{\partial S} dt (\mathbf{U} \times d\mathbf{s}) \cdot \mathbf{B}(t) \quad (\text{C.5})$$

Il secondo termine a destra dell'uguale si può riscrivere utilizzando le proprietà del prodotto misto:

$$\phi(t+dt) = \int_S d\Sigma \mathbf{B}(t+dt) \cdot \hat{\mathbf{n}} - \oint_{\partial S} d\mathbf{s} \cdot \mathbf{U} \times \mathbf{B}(t) dt \quad (\text{C.6})$$

Si ottiene perciò:

$$\begin{aligned} \frac{d\phi(\mathbf{B})}{dt} &= \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{\phi(t+dt) - \phi(t)}{dt} = \\ &= \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{1}{dt} \left(\int_S d\Sigma \mathbf{B}(t+dt) \cdot \hat{\mathbf{n}} - \oint_{\partial S} d\mathbf{s} \cdot \mathbf{U} \times \mathbf{B}(t) dt - \int_S d\Sigma \mathbf{B}(t) \cdot \hat{\mathbf{n}} \right) = \\ &= \lim_{dt \rightarrow 0} \int_S d\Sigma \frac{\mathbf{B}(t+dt) - \mathbf{B}(t)}{dt} \cdot \hat{\mathbf{n}} - \oint_{\partial S} d\mathbf{s} \cdot \mathbf{U} \times \mathbf{B}(t) = \\ &= \int_S d\Sigma \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot \hat{\mathbf{n}} - \oint_{\partial S} d\mathbf{s} \cdot \mathbf{U} \times \mathbf{B}(t) \end{aligned}$$

e sostituendo la (C.2) si ottiene infine:

$$\frac{d\phi(\mathbf{B})}{dt} = \int_S d\Sigma \nabla \times (\mathbf{U} \times \mathbf{B}) \cdot \hat{\mathbf{n}} - \oint_{\partial S} d\mathbf{s} \cdot \mathbf{U} \times \mathbf{B} \quad (\text{C.7})$$

Applicando il teorema di Stokes al primo termine a destra dell'uguale, si ottiene infine:

$$\frac{d\phi(\mathbf{B})}{dt} = \oint_{\partial S} d\mathbf{s} \cdot (\mathbf{U} \times \mathbf{B} - \mathbf{U} \times \mathbf{B}) = 0 \quad (\text{C.8})$$

Il flusso del campo magnetico attraverso una qualunque superficie del fluido deve quindi essere costante nel tempo. Questo consente di dire che anche le linee di campo magnetico devono muoversi solidalmente al fluido e quindi possono deformarsi con continuità ma mai spezzarsi in linee separate. Si parla in questo caso di "congelamento" delle linee di campo magnetico.

Appendice D

Moto delle particelle nelle fasce di van Allen

Per studiare il moto delle particelle intrappolate nelle fasce di van Allen è possibile ricorrere alla cosiddetta *approssimazione del centro guida* che è descritta nel dettaglio in [4].

In questa appendice verrà mostrata una trattazione più semplificata, tratta da [41][42] ed in parte da [43], che considera prima il moto di una particella in un campo magnetico costante ed uniforme, per poi far cadere l'ipotesi di uniformità e considerare, per \mathbf{B} , una lenta variabilità spaziale.

Considerando quindi \mathbf{B} un campo magnetico costante ed uniforme, si può scrivere l'equazione della forza di Lorentz come:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = Q \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (\text{D.1})$$

In presenza del solo campo magnetico l'energia cinetica di una particella si mantiene costante, infatti:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{p^2}{2m} \right) &= \frac{d}{dt} \left(\frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{p}}{2m} \right) = \frac{1}{m} \mathbf{p} \cdot \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \\ &= \frac{Q}{m} \mathbf{p} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = 0 \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

dove l'ultimo termine è nullo dal momento che \mathbf{p} è parallelo a \mathbf{v} .

Ricordando che l'energia relativistica totale di una particella con massa a riposo m si può scrivere come $\epsilon = \gamma mc^2$, mentre il momento lineare è dato da $\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v}$, si ricava subito che:

$$\mathbf{p} = \frac{\epsilon}{c^2} \mathbf{v} \quad (\text{D.3})$$

Dal momento che l'energia cinetica relativistica ϵ_{cin} è data dalla differenza fra l'energia totale e l'energia a riposo $\epsilon_0 = mc^2$, si ricava che:

$$0 = \frac{d\epsilon_{cin}}{dt} = \frac{d(\epsilon - \epsilon_0)}{dt} = \frac{d\epsilon}{dt} \quad (D.4)$$

Si può quindi sostituire la (D.3) nella (D.1), portando l'energia totale fuori dal segno di derivata, ottenendo:

$$\frac{\epsilon}{c^2} \frac{d\mathbf{v}}{dt} = Q \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (D.5)$$

Considerando un sistema di riferimento con l'asse z diretto lungo il campo magnetico, l'ultima relazione può essere riscritta nelle tre componenti spaziali:

$$\frac{dv_x}{dt} = c^2 \frac{QB}{\epsilon} v_y \quad (D.6)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -c^2 \frac{QB}{\epsilon} v_x \quad (D.7)$$

$$\frac{dv_z}{dt} = 0 \quad (D.8)$$

Se si definisce la *pulsazione di sincrotrone* come $\omega_c = c^2 \frac{QB}{\epsilon}$, le ultime equazioni diventano:¹

$$\frac{dv_x}{dt} = \omega_c v_y \quad (D.9)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -\omega_c v_x \quad (D.10)$$

$$\frac{dv_z}{dt} = 0 \quad (D.11)$$

L'equazione (D.11) si integra immediatamente e conduce ad un moto rettilineo uniforme lungo le linee di campo magnetico.

Per le equazioni (D.9) e (D.10), invece, si può procedere definendo la quantità complessa $\xi(t) = v_x(t) + iv_y(t)$ e ricavando quindi l'equazione differenziale:

$$\frac{d\xi}{dt} = -i\omega_c \xi(t) \quad (D.12)$$

che ha come soluzione $\xi(t) = \xi(0)e^{-i\omega_c t}$.

¹Si osservi che per velocità non relativistiche $\epsilon \rightarrow mc^2$ e di conseguenza la pulsazione di sincrotrone diventa $\omega_c = \frac{QB}{m}$, che è proprio la pulsazione di ciclotrone incontrata nell'appendice B.2

La quantità $\xi(0) = v_{0x} + iv_{0y}$ si può scrivere come $\xi(0) = v_{0\perp} e^{i\alpha}$, dove $v_{0\perp} = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2}$ è la proiezione del vettore \mathbf{v} sul piano xy , all'istante $t = 0$.

Da queste considerazioni si ottiene:

$$\xi(t) = v_{0\perp} e^{-i(\omega_c t + \alpha)} \quad (\text{D.13})$$

ovvero:

$$v_x(t) + iv_y(t) = v_{0\perp} \cos(\omega_c t + \alpha) - iv_{0\perp} \sin(\omega_c t + \alpha) \quad (\text{D.14})$$

Si possono quindi scrivere le soluzioni per le componenti della velocità della particella:

$$v_x(t) = v_{0\perp} \cos(\omega_c t + \alpha) \quad (\text{D.15})$$

$$v_y(t) = -v_{0\perp} \sin(\omega_c t + \alpha) \quad (\text{D.16})$$

$$v_z(t) = v_{0z} \quad (\text{D.17})$$

Queste relazioni, integrate, forniscono le equazioni del moto della particella:

$$x(t) = x_0 + \frac{v_{0\perp}}{\omega_c} \sin(\omega_c t + \alpha) \quad (\text{D.18})$$

$$y(t) = y_0 + \frac{v_{0\perp}}{\omega_c} \cos(\omega_c t + \alpha) \quad (\text{D.19})$$

$$z(t) = z_0 + v_{0z} t \quad (\text{D.20})$$

Si ha quindi un moto elicoidale intorno alle linee del campo magnetico. Il raggio dell'elica è definito da:

$$r = \frac{v_{0\perp}}{\omega_c} = \frac{v_{0\perp} \epsilon}{QBc^2} = \frac{p_{0\perp}}{QB} \quad (\text{D.21})$$

A questo punto si può far cadere l'ipotesi di uniformità fatta inizialmente per \mathbf{B} e considerare il campo lentamente variabile.

Da considerazioni di elettrodinamica classica si può dimostrare che per questo sistema un invariante adiabatico è l'integrale:

$$I = \frac{1}{2\pi} \oint ds \cdot (\mathbf{p}_\perp + Q\mathbf{A}) \quad (\text{D.22})$$

dove \mathbf{p}_\perp è la proiezione del momento lineare della particella sul piano xy , \mathbf{A} è il potenziale vettore del campo magnetico e l'integrale si considera effettuato lungo un intero periodo di rotazione della particella intorno alla linea di campo.

Nell'ipotesi di campo lentamente variabile si può considerare \mathbf{p}_\perp costante. Dato che il momento lineare è ad ogni istante parallelo alla traiettoria della particella, si avrà $\mathbf{p}_\perp \cdot d\mathbf{s} = p_\perp ds$. In questo modo il primo termine dell'invariante adiabatico si può integrare facilmente:

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2\pi} p_\perp \oint ds + \frac{Q}{2\pi} \oint d\mathbf{s} \cdot \mathbf{A} = \\ &= \frac{1}{2\pi} p_\perp 2\pi r + \frac{Q}{2\pi} \oint d\mathbf{s} \cdot \mathbf{A} = \\ &= p_\perp r + \frac{Q}{2\pi} \oint d\mathbf{s} \cdot \mathbf{A} \end{aligned} \quad (\text{D.23})$$

Applicando il teorema di Stokes all'ultimo termine si ottiene infine:

$$I = p_\perp r - \frac{Q}{2\pi} \int_S d\Sigma \nabla \times \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{n}} \quad (\text{D.24})$$

dove S è la superficie che ha come bordo la circonferenza descritta dalla particella, sul piano xy , durante il suo moto elicoidale ed il segno meno è dovuto al fatto che la particella ruota in verso opposto rispetto a quello convenzionalmente stabilito per definire il bordo di S .

Dato che $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ varia lentamente nel tempo si può portare fuori dell'integrale, inoltre essendo diretto lungo l'asse z si ha $\mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}} = B$. Si ottiene quindi:

$$\begin{aligned} I &= p_\perp r - \frac{Q}{2\pi} \int_S d\Sigma \nabla \times \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{n}} = \\ &= p_\perp r - \frac{Q}{2\pi} \int_S d\Sigma \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}} = \\ &= p_\perp r - \frac{Q}{2\pi} B \pi r^2 \end{aligned} \quad (\text{D.25})$$

da cui, essendo $p_\perp = p_{0\perp}$ poichè costante, si può scrivere:

$$\begin{aligned} I &= p_\perp r - \frac{QB}{2} r^2 = \\ &= p_\perp \frac{p_\perp}{QB} - \frac{QB}{2} \left(\frac{p_\perp}{QB} \right)^2 = \\ &= \frac{p_\perp^2}{QB} \end{aligned} \quad (\text{D.26})$$

Quest'ultima relazione consente di scrivere:

$$p_\perp = K \sqrt{B} \quad (\text{D.27})$$

e

$$r = \frac{K}{Q} \frac{1}{\sqrt{B}} \quad (\text{D.28})$$

dove $K = \sqrt{QI}$ è una costante del moto.

Da queste equazioni si può vedere che, nel caso il campo magnetico sia lentamente variabile, il raggio dell'elica che descrive il moto della particella si riduce all'aumentare di B , mentre p_{\perp} aumenta.

Considerando a questo punto la componente di \mathbf{p} longitudinale al moto, si avrà che:

$$p_{\parallel}^2 = p^2 - p_{\perp}^2 = p^2 - K^2 B \quad (\text{D.29})$$

ovvero all'aumentare di B la velocità della particella, nella direzione longitudinale alle linee di campo, decresce progressivamente finché non si annulla per $p^2 = K^2 B$. Questa condizione definisce i *mirror points*, in corrispondenza dei quali le particelle invertono il loro moto, ripercorrendo la linea di campo in verso opposto.

Bibliografia

- [1] K. Mohanakumar. *Stratosphere Troposphere Interactions: An Introduction*. Springer Netherlands, 2008. ISBN: 9781402082160. URL: <https://books.google.it/books?id=B93SSQrcAh4C>.
- [2] M.H. Rees. *Physics and Chemistry of the Upper Atmosphere*. Cambridge Atmospheric and Space Science Series. Cambridge University Press, 1989. ISBN: 9780521368483. URL: <https://books.google.it/books?id=qNDSsYwdrRsC>.
- [3] J.H. Seinfeld e S.N. Pandis. *Atmospheric Chemistry and Physics: From Air Pollution to Climate Change*. Wiley, 2016. ISBN: 9781118947401. URL: https://books.google.it/books?id=n%5C_RmCgAAQBAJ.
- [4] M.C. Kelley. *The Earth's Ionosphere: Plasma Physics and Electrodynamics*. International Geophysics. Elsevier Science, 2009. ISBN: 9780080916576. URL: <https://books.google.it/books?id=3G1WQnjBQNgC>.
- [5] W. Dieminger, G.K. Hartmann e R. Leitinger. *The Upper Atmosphere: Data Analysis and Interpretation*. Springer Berlin Heidelberg, 2012. ISBN: 9783642787171. URL: <https://books.google.it/books?id=uKDyCAAQBAJ>.
- [6] Paul Demorest. «Dynamo Theory and Earth's magnetic Field». In: (mag. 2001).
- [7] M.G. Kivelson e C.T. Russell. *Introduction to Space Physics*. Cambridge University Press, 1995. ISBN: 9781316264669. URL: <https://books.google.it/books?id=DIybBQAAQBAJ>.
- [8] K. Davies e Institution of Electrical Engineers. *Ionospheric Radio*. Electromagnetics and Radar Series. Peregrinus, 1990. ISBN: 9780863411861. URL: <https://books.google.it/books?id=qdWUKSj5PCcC>.
- [9] Lorenzo Trenchi. «Studio della riconnessione magnetica alla magnetopausa terrestre con i dati del satellite TC-1 della missione Double Star». In: (gen. 2009).

- [10] Angelo De Santis. «Tempeste, sottotempeste e baie magnetiche». In: *Annali di Geofisica* XXXVI, Suppl. N. 5-6 (1993).
- [11] Sergey Pulinet. «Ionospheric Precursors of Earthquakes: Recent Advances in Theory and Practical Applications». In: *Terrestrial Atmospheric and Oceanic Sciences* 15 (set. 2004), pp. 413–435. DOI: 10.3319/TAO.2004.15.3.413 (EP).
- [12] S. Pulinet e K. Boyarchuk. *Ionospheric Precursors of Earthquakes*. Springer Berlin Heidelberg, 2005. ISBN: 9783540264682. URL: <https://books.google.it/books?id=0YXDM1AC-00C>.
- [13] Sergey Pulinet et al. «Main phenomenological features of ionospheric precursors of strong earthquakes». In: *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics* 65 (nov. 2003), pp. 1337–1347. DOI: 10.1016/j.jastp.2003.07.011.
- [14] Piergiorgio Picozza et al. «Scientific goals and in-orbit performance of the High-Energy Particle Detector on board the CSES». In: *The Astrophysical Journal Supplement Series* 243 (lug. 2019). DOI: 10.3847/1538-4365/ab276c.
- [15] Valentina Scotti e Giuseppe Osteria. «The High Energy Particle Detector onboard CSES-02 satellite». In: *Proceedings of Science, 36th International Cosmic Ray Conference* 358 (lug. 2019).
- [16] Valentina Scotti e Giuseppe Osteria. «The electronics of the HEPD of the CSES experiment». In: (2017). arXiv: 1701.07743 [astro-ph.IM].
- [17] *CSES-HEPD-FM Manual*. Rev. 0. INFN (Istituto Nazionale di Fisica Nucleare). Giu. 2017.
- [18] Alessandro Sotgiu. «Development of the control and data handling software for the High-Energy Particle detector and preliminary data analysis». Tesi di dott. Università degli Studi di Roma "Tor Vergata", 2018.
- [19] Beatrice Panico et al. «Study of the performance of the HEPD apparatus for the CSES mission». In: *Nuclear and Particle Physics Proceedings* 291-293 (2017). “New eyes on the Universe” CRIS 2016 Cosmic Rays International Seminars Proceedings of the Cosmic Rays International Seminars, pp. 114–117. ISSN: 2405-6014. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysbps.2017.06.023>.
- [20] Giovanni Ambrosi et al. «The HEPD particle detector of the CSES satellite mission for investigating seismo-associated perturbations of the Van Allen belts». In: *Science China Technological Sciences* 61.5 (mag. 2018), pp. 643–652. ISSN: 1869-1900. DOI: 10.1007/s11431-018-9234-9. URL: <https://doi.org/10.1007/s11431-018-9234-9>.

- [21] *Metal package Photomultiplier Tube R9880U Series*. Hamamatsu. Mar. 2019.
- [22] *Photomultiplier Tubes Basics and Applications*. Rev. 4. Hamamatsu. Apr. 2017.
- [23] *General Purpose Plastic Scintillator EJ-200, EJ-204, EJ-208, EJ-212*. Eljen Technology.
- [24] Catherine Pepin et al. «Properties of LYSO and recent LSO scintillators for phoswich PET detectors». In: *Nuclear Science, IEEE Transactions on* 51 (lug. 2004), pp. 789–795. DOI: 10.1109/TNS.2004.829781.
- [25] Guido Benuzzi. *Introduction to magnetosphere and van Allen Belts*. Ott. 2013.
- [26] Vincenzo Vitale. *Low-Energy Cosmic-ray Measurements with HEPD*. Giu. 2019.
- [27] *CITIROC 1A*. Rev. 2.52. Weeroc. Mag. 2019.
- [28] *3 MSPS 1-/12-Bit ADCs in 8-Lead TSOT AD7273/AD7274*. Rev. 0. Analog Devices. Set. 2005.
- [29] *ProASIC3E Flash Family FPGAs with Optional Soft ARM Support*. Rev. 15. Microsemi. Giu. 2015.
- [30] *Keysight N6705 DC Power Analyzer User's Guide*. Rev. 11. Keysight. Gen. 2015.
- [31] *Keysight Infiniium 9000 Series Oscilloscopes User's Guide*. Rev. 7. Keysight. Ago. 2019.
- [32] *Keysight Infiniium 9000 Series Oscilloscopes Programmer's Guide*. Rev. 6.40.00904. Keysight. Giu. 2019.
- [33] *Agilent 33250A 80 MHz Function/Arbitrary Waveform Generator User's Guide*. Rev. 1. Agilent. Apr. 2000.
- [34] D. Impiombato et al. «Characterization and performance of the ASIC (CITIROC) front-end of the ASTRI camera». In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 794 (set. 2015), pp. 185–192. ISSN: 0168-9002. DOI: 10.1016/j.nima.2015.05.028. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.nima.2015.05.028>.
- [35] K. Maeda e S. Kato. «Electrodynamics of the ionosphere». In: *Space Science Reviews* 5.1 (gen. 1966), pp. 57–79. ISSN: 1572-9672. DOI: 10.1007/BF00179215. URL: <https://doi.org/10.1007/BF00179215>.

- [36] Rémi Dumont. «Waves in Plasmas». Master. Lecture. France, gen. 2017. URL: <https://hal-cea.archives-ouvertes.fr/cel-01463091>.
- [37] F.F. Chen. *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion: Volume 1: Plasma Physics*. Springer US, 2013. ISBN: 9781475755954. URL: <https://books.google.it/books?id=WGbaBwAAQBAJ>.
- [38] R.J. Goldston e P.H. Rutherford. *Introduction to Plasma Physics*. CRC Press, 1995. ISBN: 9781439822074. URL: <https://books.google.it/books?id=7kM7yEFUGnAC>.
- [39] C. Chiuderi e M. Velli. *Fisica del Plasma: Fondamenti e applicazioni Astrofisiche*. UNITEXT. Springer Milan, 2012. ISBN: 9788847018488. URL: <https://books.google.it/books?id=xAaDagpmuYgC>.
- [40] J.P. Freidberg. *Ideal magnetohydrodynamics*. Modern Perspectives in Energy Series. Plenum Publishing Company Limited, 1987. ISBN: 9780306425127. URL: <https://books.google.it/books?id=UMDvAAAAMAAJ>.
- [41] L.D. Landau. *The Classical Theory of Fields*. Course Of Theoretical Physics. Elsevier Science, 2013. ISBN: 9781483293288. URL: <https://books.google.it/books?id=HudbAwAAQBAJ>.
- [42] N.A. Krall e A.W. Trivelpiece. *Principles of plasma physics*. International series in pure and applied physics v. 0-911351. McGraw-Hill, 1973. ISBN: 9780070353466. URL: <https://books.google.it/books?id=b0BRAAAAMAAJ>.
- [43] M. Walt. *Introduction to Geomagnetically Trapped Radiation*. Cambridge Atmospheric and Space Science Series. Cambridge University Press, 2005. ISBN: 9780521616119. URL: <https://books.google.it/books?id=erdJ--Fca3UC>.